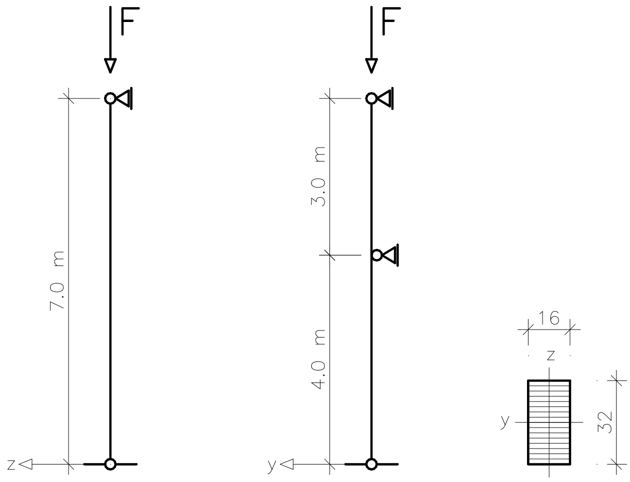
HO1+ Beispiel 1: Reiner Druckstab nach DIN EN 1995:2013

System



Lasten: $F_{G,k}$ = 114 kN (ständige Last)

$F_{Q,k}$ = 34 kN (Wind)

Nutzungsklasse 2

Material GL 28h nach DIN 1052:2008 für Stütze und Schwelle

(Schwelle in lokaler Y-Richtung)

Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

Bemessungswerte der Einwirkungen

Lastfall 1: nur Eigengewicht

$$N_d = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1{,}35 \cdot 114{,}0 = 153{,}9 \text{ kN}$$

Lastfall 2: Eigengewicht und Wind

$$N_d = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1{,}35 \cdot 114 \text{ kN} + 1{,}50 \cdot 34 \text{ kN} = 204{,}9 \text{ kN}$$

Bestimmung des maßgebenden Lastfalls

$$\frac{153{,}9}{0{,}6} = \underline{256{,}5} > 204{,}9 = \frac{204{,}9}{1{,}0}$$

Lastfall 1 („nur Eigengewicht“) maßgebend für die Bemessung.

Querschnittswerte

$$A = b \cdot d = 16 \text{ cm} \cdot 32 \text{ cm} = 512 \text{ cm}^2$$

$$I_y = \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{16 \text{ cm} \cdot (32 \text{ cm})^3}{12} = 43691 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{b^3 \cdot d}{12} = \frac{(16 \text{ cm})^3 \cdot 32 \text{ cm}}{12} = 10923 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{153{,}9 \cdot 10^3\ \text{N}}{512 \cdot 10^2\ \text{mm}^2} = 3{,}01\ \text{N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsklasse 2 und „ständige“ Lasteinwirkungsdauer: k_{mod} = 0,6

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{0{,}6}{1{,}3} \cdot 26{,}5\ \text{N/mm}^2 = 12{,}321\ \text{N/mm}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{43961\ \text{cm}^4}{512\ \text{cm}^2}} = 9{,}24\ \text{cm}$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{10923\ \text{cm}^4}{512\ \text{cm}^2}} = 4{,}62\ \text{cm}$$

Knicklängen:

Vereinfacht aus Geometrie:

$l_{ef,y}$=700 cm, $l_{ef,z}$=400 cm

Genaue Berechnung aus Stabwerk bzw. Petersen:

$l_{ef,y}$=700 cm, $l_{ef,z}$=357 cm (Ermittlung siehe Seite 5)

$$\lambda_y = \frac{l_{ef,y}}{i_y} = \frac{700\ \text{cm}}{9{,}24\ \text{cm}} = 75{,}8$$

$$\lambda_z = \frac{l_{ef,z}}{i_z} = \frac{357\ \text{cm}}{4{,}62\ \text{cm}} = \underline{\underline{77{,}3}}$$

Da der Bemessungswert des ständigen Lastanteils 70 % des Bemessungswertes der Gesamtlast überschreitet, ist der Einfluss des Kriechens durch eine Abminderung der Steifigkeit zu berücksichtigen.

$$E_d = \frac{5/6 \cdot E_{0,mean}}{1 + k_{def}} = \frac{5/6 \cdot 12600\ \text{N/mm}^2}{1 + 0{,}8} = 5833\ \text{N/mm}^2$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_d}} = \frac{77{,}3}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{26{,}5\ \text{N/mm}^2}{5833\ \text{N/mm}^2}} = 1{,}658$$

$$k = 0{,}5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,c} - 0{,}3) + \lambda_{rel,c}{}^2\right) = 0{,}5 \cdot \left(1 + 0{,}1 \cdot (1{,}658 - 0{,}3) + 1{,}658^2\right) = 1{,}942$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}{}^2}} = \frac{1}{1{,}942 + \sqrt{1{,}942^2 - 1{,}658^2}} = 0{,}339$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} = \frac{3{,}01\ \text{N/mm}^2}{0{,}339 \cdot 12{,}32\ \text{N/mm}^2} = \underline{\underline{0{,}72 < 1}}$$

Nachweise der Tragfähigkeit im Brandfall

Bemessungswerte der Einwirkungen

Außergewöhnliche Lastfallkombination:

$$N_{d,fi} = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \psi_1 \cdot F_{Q,k} = 1{,}0 \cdot 114\ kN + 0{,}20 \cdot 34\ kN = 120{,}8\ kN$$

Querschnittswerte

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t_f = 0{,}7\ mm/min \cdot 30\ min = 21\ mm$$

$$b_r = 16\ cm - 2 \cdot 2{,}1\ cm = 11{,}8\ cm$$

$$d_r = 32\ cm - 2 \cdot 2{,}1\ cm = 27{,}8\ cm$$

$$U_r = 2 \cdot 11{,}8\ cm + 2 \cdot 27{,}8\ cm = 79{,}2\ cm = 79{,}2 \cdot 10^{-2}\ m$$

$$A_r = 11{,}8\ cm \cdot 27{,}8\ cm = 328\ cm^2 = 328 \cdot 10^{-4}\ m^2$$

$$I_{y,r} = \frac{b_r \cdot d_r^3}{12} = \frac{11{,}8\ cm \cdot (27{,}8\ cm)^3}{12} = 21127\ cm^4$$

$$I_{z,r} = \frac{b_r^3 \cdot d_r}{12} = \frac{(11{,}8\ cm)^3 \cdot 27{,}8\ cm}{12} = 3806\ cm^4$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten

$$k_{mod,c,fi} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{79{,}2 \cdot 10^{-2}\ m}{328 \cdot 10^{-4}\ m^2} = 0{,}807$$

$$k_{mod,E,fi} = 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{79{,}2 \cdot 10^{-2}\ m}{328 \cdot 10^{-4}\ m^2} = 0{,}927$$

$$k_{fi} = 1{,}15 \qquad \gamma_{M,fi} = 1{,}0$$

$$f_{c,0,d,fi} = k_{mod,c,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}807 \cdot 1{,}15 \cdot \frac{26{,}5\ N/mm^2}{1{,}0} = 24{,}589\ N/mm^2$$

$$E_{d,fi} = k_{mod,E,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{E_d}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}927 \cdot 1{,}15 \cdot \frac{5833\ N/mm^2}{1{,}0} = 6222\ N/mm^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{120{,}8 \cdot 10^3\ N}{328 \cdot 10^2\ mm^2} = 3{,}682\ N/mm^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_{y,r} = \sqrt{\frac{I_{y,r}}{A_r}} = \sqrt{\frac{21127\ cm^4}{328\ cm^2}} = 8{,}03\ cm$$

$$i_{z,r} = \sqrt{\frac{I_{z,r}}{A_r}} = \sqrt{\frac{3806\ cm^4}{328\ cm^2}} = 3{,}41\ cm$$

$$\lambda_{y,r} = \frac{l_{ef,y}}{i_{y,r}} = \frac{700\ cm}{8{,}03\ cm} = 87{,}2 \qquad \lambda_{z,r} = \frac{l_{ef,z}}{i_{z,r}} = \frac{357\ cm}{3{,}41\ cm} = \underline{\underline{104{,}7}}$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d,fi}}{E_{d,fi}}} = \frac{104,7}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{24,589\ N/mm^2}{6222\ N/mm^2}} = 2,095$$

$$k = 0,5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \left(\lambda_{rel,c} - 0.3\right) + \lambda_{rel,c}^{\ 2}\right) = 0,5 \cdot \left(1 + 0,1 \cdot \left(2,095 - 0,3\right) + 2,095^2\right) = 2,784$$

$$k_{c,fi} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}^{\ 2}}} = \frac{1}{2,784 + \sqrt{2,784^2 - 2,095^2}} = 0,22$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} = \frac{3,682\ N/mm^2}{0,22 \cdot 24,589\ N/mm^2} = \underline{\underline{0,69 < 1}}$$

Nachweise der Tragfähigkeit der Schwelle

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$N_d = \gamma_G \cdot F_{G,k} = 1,35 \cdot 114,0 = 153,9\ kN$$

Querschnittswerte

$$A_{ef} = 32\ cm \cdot \left(16\ cm + 2 \cdot 3\ cm\right) = 704\ cm^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{ef}} = \frac{153,9 \cdot 10^3\ N}{704 \cdot 10^2\ mm^2} = 2,186\ N/mm^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0,6}{1,3} \cdot 3,0\ N/mm^2 = 1,38\ N/mm^2$$

Querdruckbeiwert

Annahme: Weitere Lasteinleitungen in ausreichendem Abstand.

$$k_{c,90} = 1,50$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,186\ N/mm^2}{1,50 \cdot 1,38\ N/mm^2} = \underline{\underline{1,05 > 1}}$$

Änderungsvorschlag

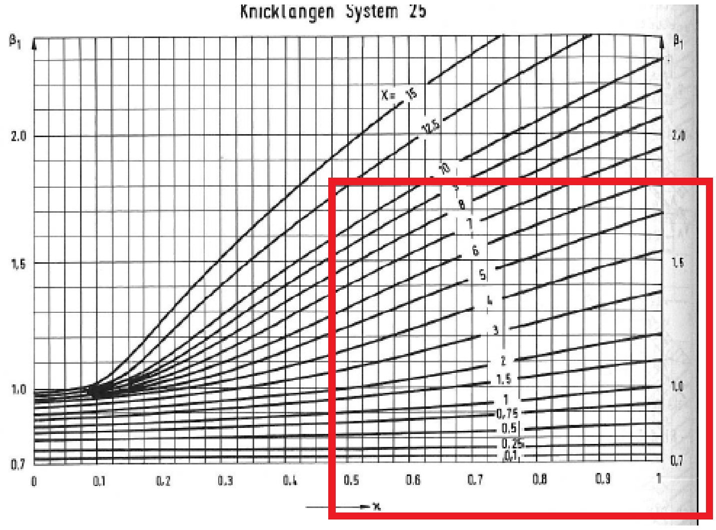
Verwenden eines höherwertigen Brettschichtholzes für die Schwelle, z.B. GL32h

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0,6}{1,3} \cdot 3,3\ N/mm^2 = 1,523\ N/mm^2$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,186\ N/mm^2}{1,50 \cdot 1,523\ N/mm^2} = \underline{\underline{0,96 < 1}}$$

Knicklänge nach Petersen

(Statik und Stabilität der Baukonstruktion 2.Auflage Seite 401+402)



Knickgleichung:

$$\varkappa \cdot \sin\varepsilon_1 \left[\varepsilon_1 \cdot \sqrt{\chi\varkappa} \cdot \cos(\varepsilon_1 \cdot \sqrt{\chi\varkappa}) - \sin(\varepsilon_1 \cdot \sqrt{\chi\varkappa})\right] + \chi\varkappa \cdot \sin(\varepsilon_1 \cdot \sqrt{\chi\varkappa}) \cdot (\varepsilon_1 \cdot \cos\varepsilon_1 - \sin\varepsilon_1) = 0$$

Parameter:

$$\chi = \frac{EJ_1}{EJ_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \quad ; \quad \varkappa = \frac{D_2}{D_1} \cdot \frac{l_2}{l_1}$$

Knicklängen:

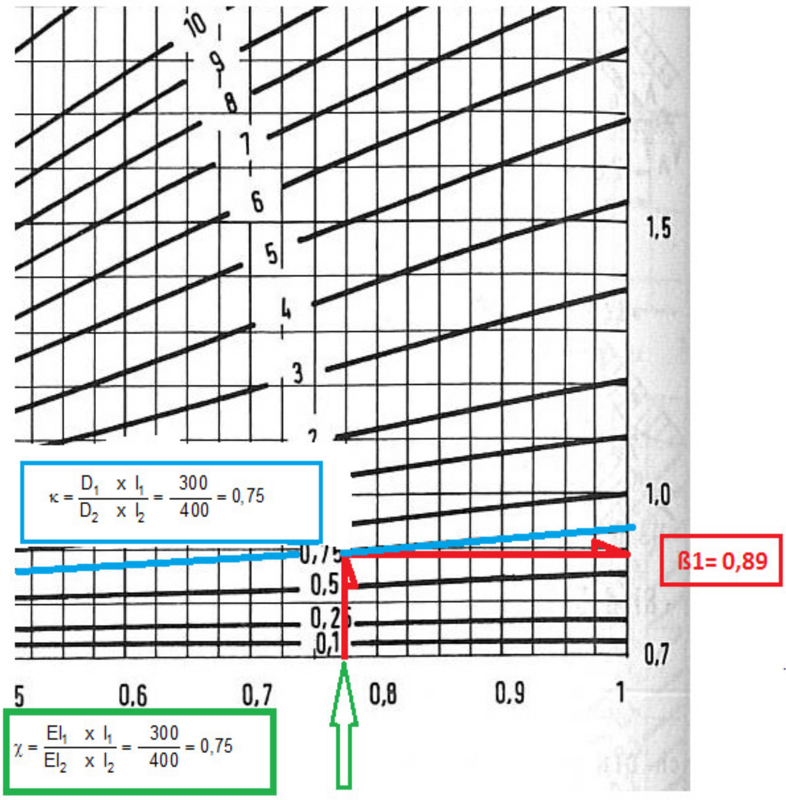
$$s_{K_1} = \beta_1 l_1; \quad \beta_1: \text{Diagramm}$$

$$s_{K_2} = \beta_2 l_2; \quad \beta_2 = \frac{\beta_1}{\sqrt{\chi\varkappa}}$$

Knicklasten:

$$D_{Ki_1} = \frac{1}{\beta_1^2} \cdot \pi^2 \cdot \frac{EJ}{l_1^2}$$

$$D_{Ki_2} = \frac{D_2}{D_1} \cdot D_{Ki_1}$$



$l_1 = 400$ cm $l_2 = 300$ cm

$EI_1 = EI_1$ und $D_1 = D_2$

$$\chi = \frac{EI_1 \;\; x \;\; l_2}{EI_2 \;\; x \;\; l_1} = \frac{300}{400} = 0,75$$

$$\kappa = \frac{D_2 \;\; x \;\; l_2}{D_1 \;\; x \;\; l_1} = \frac{300}{400} = 0,75$$

aus Diagramm $\beta_1 \approx 0,89$

$s_{k1} = \beta_1$ x l_1 = 0,89 x 400 cm = 356cm