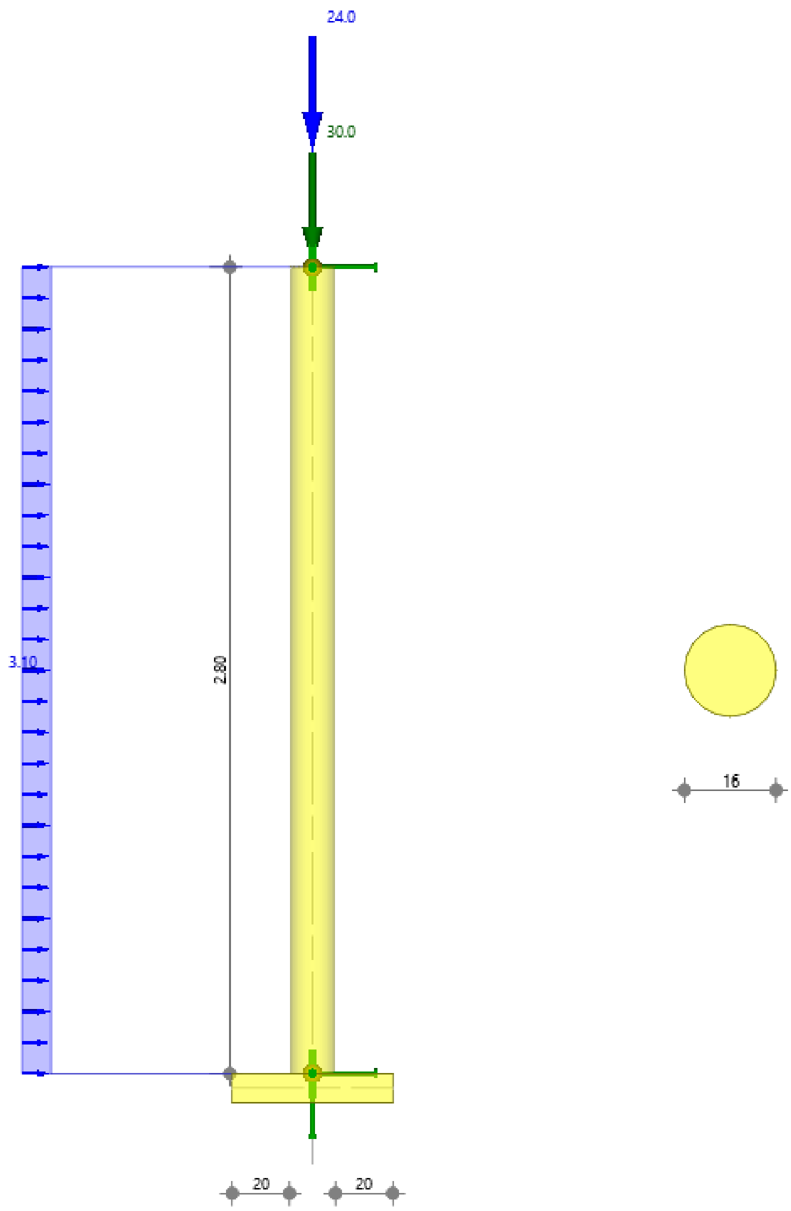
HO1+ Beispiel 2: Runde Stütze mit Druck und Biegung nach DIN EN 1995:2013

System



Lasten: $F_{G,k}$ = 30 kN (ständige Last inkl. Eigengewicht)

$F_{Q,k}$ = 24 kN (Schnee < 1000 m)

$q_{Q,k}$ = 3,1 kN/m (Wind)

Nutzungsklasse 1

Material C30 für Stütze nach EN 338:2009

Material GL24h für Schwelle nach DIN 1052:2008

Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

Bemessungswerte der Einwirkungen

Lastfall 1: Eigengewicht, Schnee als Leiteinwirkung, Wind als Begleiteinwirkung

$$N_d = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1{,}35 \cdot 30\ \text{kN} + 1{,}50 \cdot 24\ \text{kN} = 76{,}5\ \text{kN}$$

$$M_d = \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot l^2}{8} = 1{,}50 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{3{,}1\ \text{kN/m} \cdot (2{,}8\ \text{m})^2}{8} = 1{,}50 \cdot 0{,}6 \cdot 3{,}04\ \text{kNm} = 2{,}73\ \text{kNm}$$

Lastfall 2: Eigengewicht, Wind als Leiteinwirkung, Schnee als Begleiteinwirkung

$$N_d = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot F_{Q,k} = 1{,}35 \cdot 30\ \text{kN} + 1{,}50 \cdot 0{,}5 \cdot 24\ \text{kN} = 58{,}5\ \text{kN}$$

$$M_d = \gamma_Q \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot l^2}{8} = 1{,}50 \cdot \frac{3{,}1\ \text{kN/m} \cdot (2{,}8\ \text{m})^2}{8} = 1{,}50 \cdot 3{,}04\ \text{kNm} = 4{,}56\ \text{kNm}$$

$$V_d = \gamma_Q \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot l}{2} = 1{,}50 \cdot \frac{3{,}1\ \text{kN/m} \cdot 2{,}8\ \text{m}}{2} = 6{,}51\ \text{kNm}$$

Querschnittswerte

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \pi \cdot \frac{(16\ \text{cm})^2}{4} = 201\ \text{cm}^2$$

$$I = I_y = I_z = \pi \cdot \frac{r^4}{4} = \pi \cdot \frac{(16\ \text{cm}/2)^4}{4} = 3217\ \text{cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Lastfall 1

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{76{,}5 \cdot 10^3\ \text{N}}{201 \cdot 10^2\ \text{mm}^2} = 3{,}81\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{I} \cdot \frac{d}{2} = \frac{2{,}73 \cdot 10^6\ \text{Nmm}}{3217 \cdot 10^4\ \text{mm}^4} \cdot \frac{160\ \text{mm}}{2} = 6{,}79\ \text{N/mm}^2$$

Lastfall 2

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{58.5 \cdot 10^3\ \text{N}}{201 \cdot 10^2\ \text{mm}^2} = 2{,}91\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{I} \cdot \frac{d}{2} = \frac{4{,}56 \cdot 10^6\ \text{Nmm}}{3217 \cdot 10^4\ \text{mm}^4} \cdot \frac{160\ \text{mm}}{2} = 11{,}34\ \text{N/mm}^2$$

$$\tau_d = \frac{4}{3} \cdot \frac{V_d}{A} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6{,}51 \cdot 10^3\ \text{kN}}{201 \cdot 10^2\ \text{mm}^2} = 0{,}43\ \text{N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsklasse 1 und kürzeste Lasteinwirkungsdauer aus „Wind“: k_{mod} = 1,0

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{1{,}0}{1{,}3} \cdot 23\ \text{N/mm}^2 = 17{,}7\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} = \frac{1{,}0}{1{,}3} \cdot 30\ \text{N/mm}^2 = 23{,}1\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{1{,}0}{1{,}3} \cdot 4{,}0\ \text{N/mm}^2 = 3{,}08\ \text{N/mm}^2$$

$$k_{cr} = \frac{2{,}0}{4{,}0} = 0{,}5$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{3217\ \text{cm}^4}{201\ \text{cm}^2}} = 4{,}0\ \text{cm}$$

$$\lambda = \frac{l_{ef}}{i} = \frac{280\ \text{cm}}{4{,}0\ \text{cm}} = 70$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{70{,}0}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{23\ \text{N/mm}^2}{8000\ \text{N/mm}^2}} = 1{,}195$$

$$k = 0{,}5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \left(\lambda_{rel,c} - 0{,}3\right) + \lambda_{rel,c}{}^2\right) = 0{,}5 \cdot \left(1 + 0{,}2 \cdot \left(1{,}195 - 0{,}3\right) + 1{,}195^2\right) = 1{,}304$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}{}^2}} = \frac{1}{1{,}304 + \sqrt{1{,}304^2 - 1{,}195^2}} = 0{,}55$$

Nachweis

Lastfall 1

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{3{,}81\ \text{N/mm}^2}{0{,}55 \cdot 17{,}7\ \text{N/mm}^2} + \frac{6{,}79\ \text{N/mm}^2}{23{,}1\ \text{N/mm}^2} = 0{,}39 + 0{,}29 = 0{,}68 < 1$$

Lastfall 2

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{2{,}91\ \text{N/mm}^2}{0{,}55 \cdot 17{,}7\ \text{N/mm}^2} + \frac{11{,}34\ \text{N/mm}^2}{23{,}1\ \text{N/mm}^2} = 0{,}30 + 0{,}49 = \underline{\underline{0{,}79 < 1}}$$

$$\frac{\tau_d}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{0{,}43\ \text{N/mm}^2}{0{,}5 \cdot 3{,}1\ \text{N/mm}^2} = 0{,}28 < 1$$

Nachweise der Tragfähigkeit im Brandfall

Bemessungswerte der Einwirkungen

Außergewöhnliche Lastfallkombination 1: Eigengewicht, Schnee als Leiteinwirkung, Wind als Begleiteinwirkung

$$N_d = F_{G,k} + \psi_1 \cdot F_{Q,k} = 30\ \text{kN} + 0{,}2 \cdot 24\ \text{kN} = 34{,}8\ \text{kN}$$

$$M_d = \psi_2 \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot l^2}{8} = 0{,}0 \cdot \frac{3{,}1\ \text{kN/m} \cdot (2{,}8\ \text{m})^2}{8} = 0{,}0\ \text{kNm}$$

Außergewöhnliche Lastfallkombination 2: Eigengewicht, Wind als Leiteinwirkung, Schnee als Begleiteinwirkung

$$N_d = F_{G,k} + \psi_2 \cdot F_{Q,k} = 30\ \text{kN} + 0{,}0 \cdot 24\ \text{kN} = 30\ \text{kN}$$

$$M_d = \psi_1 \cdot \frac{q_{Q,k} \cdot l^2}{8} = 0{,}2 \cdot \frac{3{,}1\ \text{kN/m} \cdot (2{,}8\ \text{m})^2}{8} = 0{,}608\ \text{kNm}$$

Querschnittswerte

$$d_{char,n} = \beta_n \cdot t_f = 0{,}8\ \text{mm/min} \cdot 30\ \text{min} = 24\ \text{mm}$$

$$d_r = 16\ \text{cm} - 2 \cdot 2{,}4\ \text{cm} = 11{,}2\ \text{cm}$$

$$U_r = \pi \cdot 11{,}2\ \text{cm} = 35{,}2\ \text{cm} = 35{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

$$A_r = \pi \cdot \frac{(11{,}2\ \text{cm}/2)^2}{4} = 98{,}5\ \text{cm}^2 = 98{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$I_r = I_{y,r} = I_{z,r} = \pi \cdot \frac{r^4}{4} = \pi \cdot \frac{(11{,}2\ \text{cm}/2)^4}{4} = 772\ \text{cm}^4$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten

$$k_{mod,c,fi} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{35{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{98{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}71$$

$$k_{mod,m,fi} = 1 - \frac{1}{200} \cdot \frac{35{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{98{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}82$$

$$k_{mod,E,fi} = 1 - \frac{1}{330} \cdot \frac{35{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{98{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}89$$

$$k_{fi} = 1{,}25$$

$$\gamma_{M,fi} = 1{,}0$$

$$f_{c,0,d,fi} = k_{mod,c,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}71 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{23\ \text{N/mm}^2}{1{,}0} = 20{,}4\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{m,d,fi} = k_{mod,c,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}82 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{30\ \text{N/mm}^2}{1{,}0} = 30{,}8\ \text{N/mm}^2$$

$$E_{d,fi} = k_{mod,E,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{E_{0,05}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}89 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{8000\ \text{N/mm}^2}{1{,}0} = 8900\ \text{N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

Außergewöhnliche Lastfallkombination 1:

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{34{,}8 \cdot 10^3\ \text{N}}{98{,}5 \cdot 10^2\ \text{mm}^2} = 3{,}53\ \text{N/mm}^2 \quad \sigma_{m,d,fi} = 0{,}0\ \text{N/mm}^2$$

Außergewöhnliche Lastfallkombination 2:

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{30 \cdot 10^3\ \text{N}}{98{,}5 \cdot 10^2\ \text{mm}^2} = 3{,}05\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,d,fi} = \frac{M_d}{I_r} \cdot \frac{d_r}{2} = \frac{0{,}608 \cdot 10^6\ \text{Nmm}}{772 \cdot 10^4\ \text{mm}^4} \cdot \frac{112\ \text{mm}}{2} = 4{,}41\ \text{N/mm}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_r = \sqrt{\frac{I_r}{A_r}} = \sqrt{\frac{772\ \text{cm}^4}{98{,}5\ \text{cm}^2}} = 2{,}8\ \text{cm}$$

$$\lambda_r = \frac{l_{ef}}{i_r} = \frac{280\ \text{cm}}{2{,}8\ \text{cm}} = 100$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda_r}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d,fi}}{E_{d,fi}}} = \frac{100,0}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{20,4\ \text{N/mm}^2}{8900\ \text{N/mm}^2}} = 1,524$$

$$k = 0,5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \left(\lambda_{rel,c} - 0,3\right) + \lambda_{rel,c}{}^2\right) = 0,5 \cdot \left(1 + 0,2 \cdot \left(1,524 - 0,3\right) + 1,524^2\right) = 1,784$$

$$k_{c,fi} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}{}^2}} = \frac{1}{1,784 + \sqrt{1,784^2 - 1,524^2}} = 0,37$$

Nachweis

Lastfall 1

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,d,fi}}{f_{m,d,fi}} = \frac{3,53\ \text{N/mm}^2}{0,37 \cdot 20,4\ \text{N/mm}^2} + 0 = 0,47 < 1$$

Lastfall 2

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,d,fi}}{f_{m,d,fi}} = \frac{3,05\ \text{N/mm}^2}{0,37 \cdot 20,4\ \text{N/mm}^2} + \frac{4,41\ \text{N/mm}^2}{30,8\ \text{N/mm}^2} = 0,41 + 0,14 = \underline{\underline{0,55 < 1}}$$

Nachweise der Tragfähigkeit der Schwelle

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$N_d = 76,5\ \text{kN}$$

Querschnittswerte

$$A_{ef} = \pi \cdot \frac{d^2}{4} + 2 \cdot d \cdot 30\ \text{mm} = \pi \cdot \frac{(16\ \text{cm})^2}{4} + 2 \cdot 16\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm}$$

$$= 201\ \text{cm}^2 + 96\ \text{cm}^2 = 297\ \text{cm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{ef}} = \frac{76,5 \cdot 10^3\ \text{N}}{297 \cdot 10^2\ \text{mm}^2} = 2,58\ \text{N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsklasse 1 und kürzeste Lasteinwirkungsdauer aus „Schnee“: $k_{mod} = 0,9$

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 2,7\ \text{N/mm}^2 = 1,87\ \text{N/mm}^2$$

Querdruckbeiwert

Annahme: Weitere Lasteinleitungen in ausreichendem Abstand: $k_{c,90} = 1,50$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,58\ \text{N/mm}^2}{1,50 \cdot 1,87\ \text{N/mm}^2} = \underline{\underline{0,92 < 1}}$$