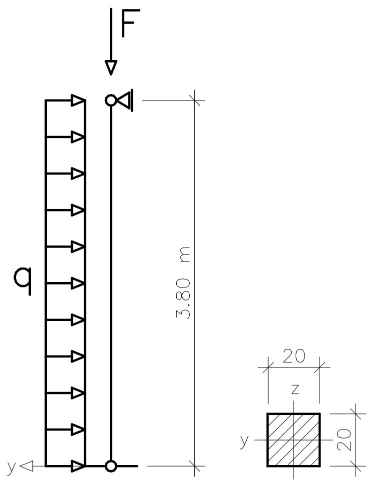
HO11 – Beispiel 2: Pendelstütze mit Biegung und Druck nach DIN 1052:2008

System



Lasten: $F_{G,k}$ = 44 kN (ständige Last)

q_k = 5,6 kN/m (Wind)

Nutzungsklasse 2

Material C 24

Charakteristische Werte der Einwirkungen

$$N_k = F_{G,k} = 44\ \text{kN}$$

$$M_{z,k} = \frac{q_k \cdot h^2}{8} = \frac{5{,}60\ \text{kN/m} \cdot (3{,}80\ \text{m})^2}{8} = 10{,}11\ \text{kNm}$$

$$V_{y,k} = \frac{q_k \cdot h}{2} = \frac{5{,}60\ \text{kN/m} \cdot 3{,}80\ \text{m}}{2} = 10{,}64\ \text{kN}$$

Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$N_d = \gamma_G \cdot N_k = 1{,}35 \cdot 44\ \text{kN} = 59{,}4\ \text{kN}$$

$$M_{z,d} = \gamma_Q \cdot M_{z,k} = 1{,}50 \cdot 10{,}11\ \text{kNm} = 15{,}16\ \text{kNm}$$

$$V_{y,d} = \gamma_Q \cdot V_{y,k} = 1{,}50 \cdot 10{,}64\ \text{kN} = 15{,}96\ \text{kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot d = 20\ \text{cm} \cdot 20\ \text{cm} = 400\ \text{cm}^2$$

$$W_y = W_z = \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{20\ \text{cm} \cdot (20\ \text{cm})^2}{6} = 1333\ \text{cm}^3$$

$$I_y = I_z = \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{20\ \text{cm} \cdot (20\ \text{cm})^3}{12} = 13333\ \text{cm}^4$$

$$I_t = \alpha \cdot b^3 \cdot d = 0{,}14 \cdot (20\ \text{cm})^3 \cdot 20\ \text{cm} = 22400\ \text{cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{59{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{MN}}{400 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 1{,}49\ \text{MN/m}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z} = \frac{15{,}16 \cdot 10^{-3}\ \text{MNm}}{1333 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3} = 11{,}37\ \text{MN/m}^2$$

$$\tau_{y,d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{y,d}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{15{,}96 \cdot 10^{-3}\ \text{MN}}{400 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}60\ \text{MN/m}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsklasse 2 und „kurze“ Lasteinwirkungsdauer: k_{mod} = 0,9

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 21\ \text{MN/m}^2 = 14{,}54\ \text{MN/m}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,z,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 24\ \text{MN/m}^2 = 16{,}62\ \text{MN/m}^2$$

$$f_{V,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{V,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 2{,}0\ \text{MN/m}^2 = 1{,}38\ \text{MN/m}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_y = i_z = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{13333\ \text{cm}^4}{400\ \text{cm}^2}} = 5{,}77\ \text{cm}$$

$$\lambda_y = \lambda_z = \frac{l_{ef,y}}{i_y} = \frac{380\ \text{cm}}{5{,}77\ \text{cm}} = 65{,}8$$

$$E_{0,05} = 2/3 \cdot E_{0,mean} = 2/3 \cdot 11000\ \text{MN/m}^2 = 7333\ \text{MN/m}^2$$

$$G_{05} = 2/3 \cdot G_{mean} = 2/3 \cdot 690\ \text{MN/m}^2 = 460\ \text{MN/m}^2$$

Da der Bemessungswert des ständigen Lastanteils 70 % des Bemessungswertes der Gesamtlast überschreitet, ist der Einfluss des Kriechens durch eine Abminderung der Steifigkeit zu berücksichtigen.

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\left(\frac{E_{0,05}}{1+k_{def}}\right)}} = \frac{65{,}8}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21{,}0\ \text{MN/m}^2}{\left(\frac{7333\ \text{MN/m}^2}{1{,}8}\right)}} = 1{,}504$$

$$k = 0{,}5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,c} - 0{,}3) + \lambda_{rel,c}{}^2\right) = 0{,}5 \cdot \left(1 + 0{,}2 \cdot (1{,}504 - 0{,}3) + 1{,}504^2\right) = 1{,}752$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}{}^2}} = \frac{1}{1{,}752 + \sqrt{1{,}752^2 - 1{,}504^2}} = 0{,}377$$

$$i_m = \frac{\sqrt{I_z \cdot I_t}}{W_y} = \frac{\sqrt{13333\ \text{cm}^4 \cdot 22400\ \text{cm}^4}}{1333\ \text{cm}^3} = 12{,}96\ \text{cm}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{l_{ef}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sqrt{E_{0,05} \cdot G_{05}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{380\ \text{cm}}{\pi \cdot 12{,}96\ \text{cm}}} \cdot \sqrt{\frac{24{,}0\ \text{MN/m}^2}{\sqrt{1{,}4 \cdot 7333\ \text{MN/m}^2 \cdot 460\ \text{MN/m}^2}}} = 0{,}32 < 0{,}75$$

$$k_m = 1{,}0$$

Nachweise

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_m \cdot f_{m,z,d}} = \frac{1{,}49\ \text{MN/m}^2}{0{,}377 \cdot 14{,}54\ \text{MN/m}^2} + \frac{11{,}37\ \text{MN/m}^2}{1{,}0 \cdot 16{,}62\ \text{MN/m}^2}$$

$$= 0{,}27 + 0{,}68 = \underline{\underline{0{,}95 < 1}}$$

Oder umgestellt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_m} \cdot \frac{f_{c,0,d}}{f_{m,z,d}} = \frac{1{,}49\ \text{MN/m}^2}{0{,}377} + \frac{11{,}37\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} \cdot \frac{14{,}54\ \text{MN/m}^2}{16{,}62\ \text{MN/m}^2}$$

$$= 13{,}90\ \text{MN/m}^2 < 14{,}54\ \text{MN/m}^2$$

$$\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} = \frac{0{,}60\ \text{MN/m}^2}{1{,}38\ \text{MN/m}^2} = \underline{\underline{0{,}43 < 1}}$$

Nachweise der Tragfähigkeit im Brandfall

Bemessungswerte der Einwirkungen

Außergewöhnliche Lastfallkombination:

$$N_{d,fi} = \gamma_{GA} \cdot F_{G,k} = 1{,}0 \cdot 44\ \text{kN} = 44\ \text{kN}$$

$$M_{z,d,fi} = \psi_1 \cdot M_{z,k} = 0{,}50 \cdot \frac{5{,}6\ \text{kN/m} \cdot (3{,}80\ \text{m})^2}{8} = 5{,}05\ \text{kNm}$$

Querschnittswerte

$$d(t_f) = \beta_N \cdot t_f = 0{,}8\ \text{mm/min} \cdot 30\ \text{min} = 24\ \text{mm}$$

$$b_r = 20\ \text{cm-}2 \cdot 2{,}4\ \text{cm} = 15{,}2\ \text{cm}$$

$$d_r = 20\ \text{cm-}2 \cdot 2{,}4\ \text{cm} = 15{,}2\ \text{cm}$$

$$U_r = 4 \cdot 15{,}2\ \text{cm} = 60{,}8\ \text{cm} = 60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

$$A_r = 15{,}2\ \text{cm} \cdot 15{,}2\ \text{cm} = 231\ \text{cm}^2 = 231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$W_{y,r} = W_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^2}{6} = \frac{15{,}2\ \text{cm} \cdot (15{,}2\ \text{cm})^2}{6} = 585\ \text{cm}^4$$

$$I_{y,r} = I_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^3}{12} = \frac{15{,}2\ \text{cm} \cdot (15{,}2\ \text{cm})^3}{12} = 4448\ \text{cm}^4$$

$$I_{t,r} = \alpha \cdot b_r^3 \cdot d_r = 0{,}14 \cdot (15{,}2\ \text{cm})^3 \cdot 15{,}2\ \text{cm} = 7473\ \text{cm}^4$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten

$$k_{mod,c,fi} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}789$$

$$k_{mod,m,fi} = 1 - \frac{1}{225} \cdot \frac{60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}883$$

$$k_{mod,E/G,fi} = 1 - \frac{1}{333} \cdot \frac{60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}921$$

$$k_{fi} = 1{,}25$$

$$\gamma_{M,fi} = 1{,}0$$

$$f_{c,0,d,fi} = k_{mod,c,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}789 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{21{,}0\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 20{,}72\ \text{MN/m}^2$$

$$f_{m,d,fi} = k_{mod,m,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}883 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{24{,}0\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 26{,}49\ \text{MN/m}^2$$

$$E_{d,fi} = k_{mod,E,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{E_{0,05}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}921 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{7333\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 8442\ \text{MN/m}^2$$

$$G_{d,fi} = k_{mod,G,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{G_{05}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}921 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{2/3 \cdot 460\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 353\ \text{MN/m}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{44 \cdot 10^{-3}\ \text{MN}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 1{,}90\ \text{MN/m}^2$$

$$\sigma_{m,z,d,fi} = \frac{M_{z,d,fi}}{W_r} = \frac{5{,}05 \cdot 10^{-3}\ \text{MNm}}{585 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3} = 8{,}63\ \text{MN/m}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_{y,r} = \sqrt{\frac{I_{y,r}}{A_r}} = \sqrt{\frac{4448\ \text{cm}^4}{231\ \text{cm}^2}} = 4{,}39\ \text{cm}$$

$$\lambda_{y,r} = \frac{l_{ef,y}}{i_{y,r}} = \frac{380\ \text{cm}}{4{,}39\ \text{cm}} = 86{,}6$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d,fi}}{\left(\frac{E_{d,fi}}{1 + k_{def}}\right)}} = \frac{86{,}6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{20{,}72\ \text{MN/m}^2}{\left(\frac{8442\ \text{MN/m}^2}{1{,}8}\right)}} = 1{,}832$$

$$k = 0{,}5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \left(\lambda_{rel,c} - 0{,}3\right) + \lambda_{rel,c}{}^2\right) = 0{,}5 \cdot \left(1 + 0{,}2 \cdot \left(1{,}832 - 0{,}3\right) + 1{,}832^2\right) = 2{,}331$$

$$k_{c,fi} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}{}^2}} = \frac{1}{2{,}331 + \sqrt{2{,}331^2 - 1{,}832^2}} = 0{,}265$$

$$i_{m,r} = \frac{\sqrt{I_{z,r} \cdot I_{t,r}}}{W_{y,r}} = \frac{\sqrt{4448\ \text{cm}^4 \cdot 7473\ \text{cm}^4}}{585\ \text{cm}^3} = 9{,}86\ \text{cm}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{l_{ef}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,d,fi}}{\sqrt{E_{d,fi} \cdot G_{d,fi}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{380\ \text{cm}}{\pi \cdot 9{,}86\ \text{cm}}} \cdot \sqrt{\frac{26{,}49\ \text{MN/m}^2}{\sqrt{1{,}4 \cdot 8442\ \text{MN/m}^2 \cdot 353\ \text{MN/m}^2}}} = 0{,}40 < 0{,}75$$

$$k_{m,fi} = 1{,}0$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,z,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,z,d,fi}} = \frac{1{,}90\ \text{MN/m}^2}{0{,}265 \cdot 20{,}72\ \text{MN/m}^2} + \frac{8{,}63\ \text{MN/m}^2}{1{,}0 \cdot 26{,}49\ \text{MN/m}^2}$$

$$= 0{,}35 + 0{,}32 = \underline{\underline{0{,}67 < 1}}$$

$$\frac{\alpha_Q \cdot b \cdot h}{1{,}5 \cdot b(t_f) \cdot h(t_f)} = \frac{0{,}43 \cdot 20\ \text{cm} \cdot 20\ \text{cm}}{1{,}5 \cdot 15{,}2\ \text{cm} \cdot 15{,}2\ \text{cm}} = \underline{\underline{0{,}50 < 1}}$$