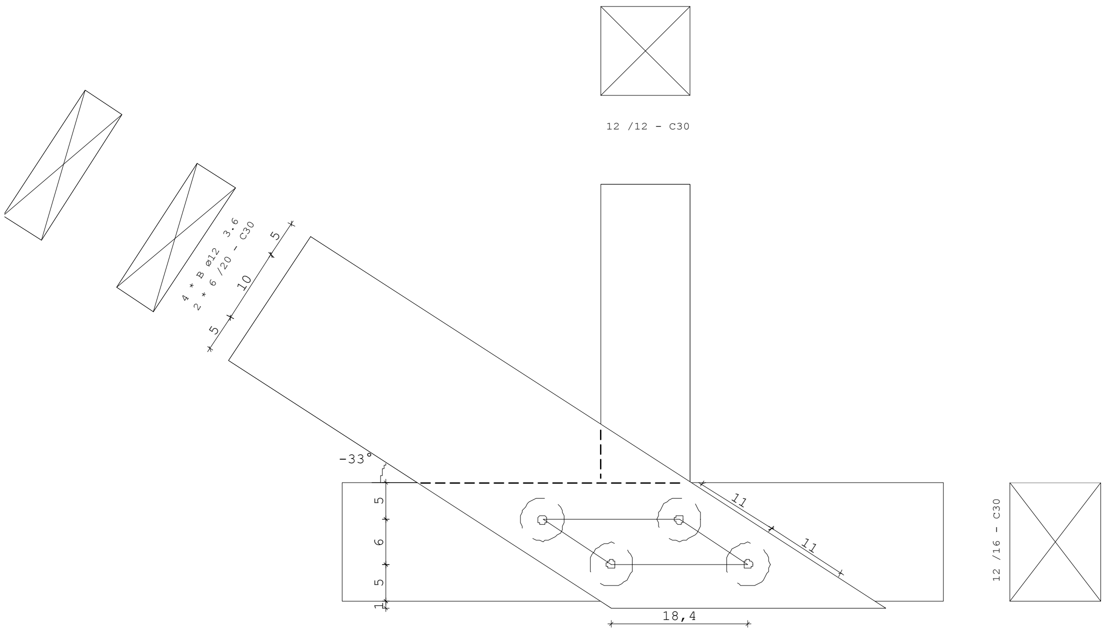
HO13 – Beispiel 1: Fachwerkknoten mit Bolzen nach DIN EN 1995:2013

System



Schnittlasten: Bemessungswerte
aus einer Lastkombination mit kurzer Lasteinwirkungsdauer

Untergurt, linkes Schnittufer	N_d = 124,9 kN
Untergurt, rechtes Schnittufer	N_d = 154,7 kN
Pfosten	N_d = -19,3 kN
Diagonale	N_d = 35,5 kN

Geometrie:	Untergurt	b/h = 12/16,	horizontal
	Pfosten	b/h = 12/12,	senkrecht zum Untergurt
	Diagonale	b/h = 2 x 6/20,	Neigungswinkel bzgl. Untergurt: 33°

Material: Nadelholz C30
Bolzen M12 (3.6), d = 12 mm mit Unterlegscheiben 44/13,5 (EN ISO 7094)

Nutzungsklasse 1

Bolzenkennwerte

Lochleibungsfestigkeit parallel zur Faser

$$f_{h,0,k} = 0{,}082 \cdot (1 - 0{,}01 \cdot d) \cdot \rho_k = 0{,}082 \cdot (1 - 0{,}01 \cdot 12) \cdot 380 = 27{,}42 \text{ N/mm}^2$$

Lochleibungsfestigkeit unter einem Winkel α = 33°

$$k_{90} = 1{,}35 + 0{,}015 \cdot d = 1{,}35 + 0{,}015 \cdot 12 = 1{,}53$$

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{27{,}42 \text{ N/mm}^2}{1{,}53 \cdot \sin^2 33^\circ + \cos^2 33^\circ} = \frac{27{,}42 \text{ N/mm}^2}{1{,}157} = 23{,}70 \text{ N/mm}^2$$

Zuordnung der Lochleibungsfestigkeiten

Seitenholz (Holz 1): Winkel zwischen Kraft und Faserrichtung α_1 = 0°, somit

$f_{h,1,k} = f_{h,0,k} = 27{,}42\ \text{N/mm}^2$.

Mittelholz (Holz 2): Winkel zwischen Kraft und Faserrichtung α_2 = 33°, somit

$f_{h,2,k} = f_{h,\alpha,k} = 23{,}70\ \text{N/mm}^2$.

Verhältnis der Lochleibungsfestigkeiten

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} = \frac{23{,}70\ \text{N/mm}^2}{27{,}42\ \text{N/mm}^2} = 0{,}864$$

Fließmoment

$$M_{y,k} = 0{,}3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 0{,}3 \cdot 300 \cdot 12^{2,6} = 57559\ \text{Nmm}$$

Tragfähigkeiten

Genaues Verfahren nach Johansen (EN 1995-1-1, 8.2)

$$F_{v,Rk1} = f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d = 27{,}42\ \text{N/mm}^2 \cdot 60\ \text{mm} \cdot 12\ \text{mm} = 19743\ \text{N}$$

$$F_{v,Rd1} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot F_{v,Rk1} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 19743\ \text{N} = 13668\ \text{N}$$

$$F_{v,Rk2} = 0{,}5 \cdot f_{h,1,k} \cdot t_2 \cdot d \cdot \beta = 0{,}5 \cdot 27{,}42\ \text{N/mm}^2 \cdot 120\ \text{mm} \cdot 12\ \text{mm} \cdot 0{,}864 = 17057\ \text{N}$$

$$F_{v,Rd2} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot F_{v,Rk2} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 17057\ \text{N} = 11809\ \text{N}$$

$$F_{v,Rk3} = 1{,}05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2+\beta}\left[\sqrt{2 \cdot \beta \cdot (1+\beta) + \frac{4 \cdot \beta \cdot (2+\beta) \cdot M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta\right]$$

$$= 1{,}05 \cdot \frac{27{,}42\ \text{N/mm}^2 \cdot 60\ \text{mm} \cdot 12\ \text{mm}}{2{,}864} \cdot$$

$$\left[\sqrt{2 \cdot 0{,}864 \cdot 1{,}864 + \frac{4 \cdot 0{,}864 \cdot (2{,}864) \cdot 57559\ \text{Nmm}}{27{,}42\ \text{N/mm}^2 \cdot 12\ \text{mm} \cdot (60\ \text{mm})^2}} - 0{,}864\right]$$

$$= 7673\ \text{N}$$

$$F_{v,Rd3} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot F_{v,Rk3} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 7673\ \text{N} = 5312\ \text{N}$$

$$F_{v,Rk4} = 1{,}15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$= 1{,}15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}864}{1{,}864}} \cdot \sqrt{2 \cdot 57559\ \text{Nmm} \cdot 27{,}42\ \text{N/mm}^2 \cdot 12\ \text{mm}} = 6815\ \text{N}$$

$$F_{v,Rd4} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot F_{v,Rk4} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 6815\ \text{N} = 4718\ \text{N}$$

$$\min\ F_{v,Rd} = F_{v,Rd4} = \underline{\underline{4718\ \text{N}}}$$

Erhöhung der Tragfähigkeit durch den Seileffekt

$$\Delta F_{Rk} = \min\begin{cases} 0{,}25 \cdot F_{v,Rk} \\ 0{,}25 \cdot F_{ax,Rk} \end{cases}$$

Die Tragfähigkeit des Bolzens in Richtung der Stiftachse wird hier begrenzt durch den Querdruck unter der Unterlegscheibe, der nach EN 1995-1-1, 8.5.2 (2) vereinfachend mit dem 3-fachen Festigkeitswert des Holzes berechnet wird:

$$F_{ax,Rk} = 3{,}0 \cdot f_{c,90,k} \cdot A_{Scheibe} = 3{,}0 \cdot 2{,}7\ \text{N/mm}^2 \cdot \frac{\pi \cdot \left[(44\ \text{mm})^2 - (13{,}5\ \text{mm})^2\right]}{4} = 11157\ \text{N}$$

$$\Delta F_{Rk} = \min\begin{cases} 0{,}25 \cdot 6815\ \text{N} \\ 0{,}25 \cdot 11157\ \text{N} \end{cases} = \underline{\underline{1704\ \text{N}}}$$

Gesamttragfähigkeit

$$F_{Rd} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot \left(F_{v,Rk} + \Delta F_{Rk}\right) = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot \left(6815\ \text{N} + 1704\ \text{N}\right) = 5898\ \text{N} = \underline{\underline{5{,}90\ \text{kN}}}$$

Nachweise

Nachweis der Bolzenabstände

In der Diagonalen (α = 0°)

$$\begin{array}{ll}
\min\ a_1 = 5 \cdot d = 5 \cdot 12\ \text{mm} = 60\ \text{mm} & < 110\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_1 \\
\min\ a_2 = 4 \cdot d = 4 \cdot 12\ \text{mm} = 48\ \text{mm} & < 100\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_2 \\
\min\ a_{3,t} = 7 \cdot d = 7 \cdot 12\ \text{mm} = 84\ \text{mm} > 80\ \text{mm} & < 110\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_{3,t} \\
\min\ a_{4,t} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12\ \text{mm} = 36\ \text{mm} & < 50\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_{4,t} \\
\min\ a_{4,c} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12\ \text{mm} = 36\ \text{mm} & < 50\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_{4,c}
\end{array}$$

Im Untergurt (α = 33°)

$$\begin{array}{ll}
a_1 = \left(4 + \cos\ 33^\circ\right) \cdot 12 = 58{,}1\ \text{mm} & < 184\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_1 \\
a_2 = 4 \cdot d = 4 \cdot 12\ \text{mm} = 48\ \text{mm} & < 60\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_2 \\
a_{3,t} = 7 \cdot d = 7 \cdot 12\ \text{mm} = 84\ \text{mm} > 80\ \text{mm} & \ll \text{vorh}\ a_{3,t} \\
a_{4,t} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12\ \text{mm} = 36\ \text{mm} & < 50\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_{4,t} \\
a_{4,c} = 3 \cdot d = 3 \cdot 12\ \text{mm} = 36\ \text{mm} & < 50\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_{4,c}
\end{array}$$

Diagonalen und Untergurt

$$\min\ a_1 = \frac{4 \cdot d}{\sin 33^\circ} = \frac{4 \cdot 12\ \text{mm}}{0{,}545} = 88\ \text{mm} \qquad < 110\ \text{mm} = \text{vorh}\ a_1$$

Nachweis der Diagonalen (Verbindungsmittel)

Maximale Normalkraft in der Diagonalen an dieser Stelle: N_d = 35,5 kN

$$n_{ef} = \left(\min \begin{Bmatrix} n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{a_1}{13 \cdot d}} \\ n \end{Bmatrix} \right) \cdot \text{Anzahl nebeneinander}$$

$$n_{ef,1} = \left(\min \begin{Bmatrix} 2^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{110 \text{ mm}}{13 \cdot 12 \text{ mm}}} \\ 2 \end{Bmatrix} \right) \cdot 2$$

$$= 1{,}71 \cdot 2 = 3{,}42$$

$$n_{ef,2} = \left(\min \begin{Bmatrix} 2^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{184 \text{ mm}}{13 \cdot 12 \text{ mm}}} \\ 2 \end{Bmatrix} \right) \cdot 2$$

$$= 1{,}945 \cdot 2 = 3{,}89$$

$$\frac{F_{Sd}}{2 \cdot n_{ef} \cdot F_{Rd}} = \frac{35{,}5 \text{ kN}}{2 \cdot 3{,}42 \cdot 5{,}90 \text{ kN}} = \frac{35{,}5 \text{ kN}}{40{,}36 \text{ kN}} = 0{,}88 < 1$$

Nachweis der Diagonalen (Seitenholz)

Maximale Normalkraft in der Diagonalen an dieser Stelle: N_d = 35,5 kN

$$A_N = 60 \text{ mm} \cdot (200 \text{ mm} - 2 \cdot 13 \text{ mm}) = 10440 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d}{A_N} = \frac{0{,}5 \cdot 35500 \text{ N}}{10440 \text{ mm}^2} = 1{,}70 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{t,0,k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 18 \text{ N/mm}^2 = 8{,}31 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{1{,}70 \text{ N/mm}^2}{8{,}31 \text{ N/mm}^2} = 0{,}20 < 1$$

Nachweis des Untergurtes (Mittelholz)

Maximale Normalkraft im Untergurt an dieser Anschlussstelle: N_d = 154,7 kN

$$A_N = 120 \text{ mm} \cdot (160 \text{ mm} - 2 \cdot 13 \text{ mm}) = 16080 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_d}{A_N} = \frac{154700 \text{ N}}{16080 \text{ mm}^2} = 9{,}62 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{t,0,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 18 \text{ N/mm}^2 = 12{,}46 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{9{,}62 \text{ N/mm}^2}{12{,}46 \text{ N/mm}^2} = 0{,}77 < 1$$

Nachweis der Vertikalen

Maximale Normalkraft in der Vertikalen an dieser Anschlussstelle: N_d = -19,3 kN

$$A = 120 \text{ mm} \cdot 120 \text{ mm} = 14400 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{19300\ \text{N}}{14400\ \text{mm}^2} = 1{,}34\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 23\ \text{N/mm}^2 = 15{,}92\ \text{N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} = \frac{1{,}34\ \text{N/mm}^2}{15{,}92\ \text{N/mm}^2} = 0{,}08 < 1$$

Nachweis des Anschlusses der Vertikalen an den Untergurt

Maximale Normalkraft in der Vertikalen an dieser Anschlussstelle: N_d = -19,3 kN

$$A_{ef} = 120\ \text{mm} \cdot \left(120\ \text{mm} + 2 \cdot 30\ \text{mm}\right) = 21600\ \text{mm}^2$$

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{ef}} = \frac{19300\ \text{N}}{21600\ \text{mm}^2} = 0{,}89\ \text{N/mm}^2$$

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 2{,}7\ \text{N/mm}^2 = 1{,}87\ \text{N/mm}^2$$

$$k_{c,90} = 1{,}50$$

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{0{,}89\ \text{N/mm}^2}{1{,}5 \cdot 1{,}87\ \text{N/mm}^2} = 0{,}32 < 1$$

Anmerkung zum vereinfachten Verfahren nach NCI NA.8.2.4 / NA.8.2.5

$$F_{Rk} = \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,k} \cdot f_{h,1,k} \cdot d}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}864}{1{,}864}} \cdot \sqrt{2 \cdot 57559\ \text{Nmm} \cdot 27{,}42\ \text{N/mm}^2 \cdot 12\ \text{mm}} = 5926\ \text{N}$$

$$t_{1,req} = 1{,}15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} + 2\right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,k}}{f_{h,1,k} \cdot d}}$$

$$= 1{,}15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{0{,}864}{1{,}864}} + 2\right) \cdot \sqrt{\frac{57559\ \text{Nmm}}{27{,}42\ \text{N/mm}^2 \cdot 12\ \text{mm}}}$$

$$= 1{,}15 \cdot 3{,}36 \cdot 13{,}23 = \underline{\underline{51{,}1\ \text{mm} < 60\ \text{mm}}}$$

$$t_{2,req} = 1{,}15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1+\beta}}\right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y,k}}{f_{h,2,k} \cdot d}}$$

$$= 1{,}15 \cdot \left(\frac{4}{\sqrt{1{,}864}}\right) \cdot \sqrt{\frac{57559\ \text{Nmm}}{23{,}70\ \text{N/mm}^2 \cdot 12\ \text{mm}}}$$

$$= 1{,}15 \cdot 2{,}93 \cdot 14{,}23 = \underline{\underline{47{,}9\ \text{mm} < 120\ \text{mm}}}$$

$$F_{Rd} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot R_{k4} = \frac{0{,}9}{1{,}1} \cdot 5926\ \text{N} = 4849\ \text{N} = 4{,}85\ \text{kN}$$

Bei Anwendung des vereinfachten Verfahrens sollte die Mindestholzdicke stets eingehalten werden, um die Tragfähigkeit des Verbindungsmittels voll ausnutzen zu können.

Eine Besonderheit ist, dass nach Formel NA.113 hier mit $\gamma_M = 1{,}1$ gerechnet wird.