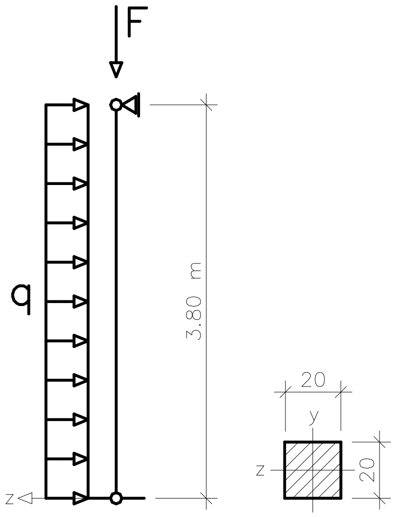
HO1 – Beispiel 2: Stütze mit Biegung und Druck nach DIN 1052:2008

System



Lasten: $F_{G,k}$ = 28 kN (ständige Last)
$F_{S,k}$ = 44 kN (Schnee < 1000 m ü. N.N.)
q_k = 5,6 kN/m (Wind)

Nutzungsklasse 2

Material C 24

Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

Bemessungswerte der Einwirkungen

Maßgebende Lastfallkombination: ständige Last + Wind + $\psi_2 \cdot$ Schnee

$$N_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \psi_2 \cdot \gamma_Q \cdot F_{S,k} = 1{,}35 \cdot 28 \text{ kN} + 0{,}5 \cdot 1{,}50 \cdot 44 \text{ kN} = 70{,}80 \text{ kN}$$

$$M_{y,d} = \gamma_Q \cdot \frac{q_k \cdot h^2}{8} = 1{,}50 \cdot \frac{5{,}60 \text{ kN/m} \cdot (3{,}80 \text{ m})^2}{8} = 15{,}16 \text{ kNm}$$

$$V_{z,d} = \gamma_Q \cdot \frac{q_k \cdot h}{2} = 1{,}50 \cdot \frac{5{,}60 \text{ kN/m} \cdot 3{,}80 \text{ m}}{2} = 15{,}96 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot d = 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$$

$$W_y = W_z = \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^2}{6} = 1333 \text{ cm}^3$$

$$I_y = I_z = \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^3}{12} = 13333 \text{ cm}^4$$

$$I_t = \alpha \cdot b^3 \cdot d = 0{,}140 \cdot (20 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm} = 22400 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{70{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{MN}}{400 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 1{,}77\ \text{MN/m}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{15{,}16 \cdot 10^{-3}\ \text{MNm}}{1333 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3} = 11{,}37\ \text{MN/m}^2$$

$$\tau_{z,d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{z,d}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{15{,}96 \cdot 10^{-3}\ \text{MN}}{400 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}60\ \text{MN/m}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsklasse 2 und „kurze“ Lasteinwirkungsdauer: $k_{mod} = 0{,}9$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 21\ \text{MN/m}^2 = 14{,}54\ \text{MN/m}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 24\ \text{MN/m}^2 = 16{,}62\ \text{MN/m}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 2{,}0\ \text{MN/m}^2 = 1{,}38\ \text{MN/m}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_y = i_z = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{13333\ \text{cm}^4}{400\ \text{cm}^2}} = 5{,}77\ \text{cm}$$

$$\lambda_y = \lambda_z = \frac{l_{ef,y}}{i_y} = \frac{380\ \text{cm}}{5{,}77\ \text{cm}} = 65{,}8$$

$$E_{0,05} = 2/3 \cdot E_{0,mean} = 2/3 \cdot 11000\ \text{MN/m}^2 = 7333\ \text{MN/m}^2$$

$$G_{05} = 2/3 \cdot G_{mean} = 2/3 \cdot 690\ \text{MN/m}^2 = 460\ \text{MN/m}^2$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{65{,}8}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21{,}0\ \text{MN/m}^2}{7333\ \text{MN/m}^2}} = 1{,}121$$

$$k = 0{,}5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \left(\lambda_{rel,c} - 0{,}3\right) + \lambda_{rel,c}{}^2\right) = 0{,}5 \cdot \left(1 + 0{,}2 \cdot \left(1{,}121 - 0{,}3\right) + 1{,}121^2\right) = 1{,}211$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}{}^2}} = \frac{1}{1{,}211 + \sqrt{1{,}211^2 - 1{,}121^2}} = 0{,}600$$

$$i_m = \frac{\sqrt{I_z \cdot I_t}}{W_y} = \frac{\sqrt{13333\ \text{cm}^4 \cdot 22400\ \text{cm}^4}}{1333\ \text{cm}^3} = 12{,}96\ \text{cm}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{l_{ef}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sqrt{E_{0,05} \cdot G_{05}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{380\ \text{cm}}{\pi \cdot 12{,}96\ \text{cm}}} \cdot \sqrt{\frac{24{,}0\ \text{MN/m}^2}{\sqrt{1{,}4 \cdot 7333\ \text{MN/m}^2 \cdot 460\ \text{MN/m}^2}}} = 0{,}32 < 0{,}75$$

$$k_m = 1{,}0$$

Nachweise

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} = \frac{1{,}77\ \text{MN/m}^2}{0{,}60 \cdot 14{,}54\ \text{MN/m}^2} + \frac{11{,}37\ \text{MN/m}^2}{1{,}0 \cdot 16{,}62\ \text{MN/m}^2}$$

$$= 0{,}20 + 0{,}68 = \underline{\underline{0{,}88 < 1}}$$

Oder umgestellt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m} \cdot \frac{f_{c,0,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{1{,}71\ \text{MN/m}^2}{0{,}60} + \frac{11{,}37\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} \cdot \frac{14{,}54\ \text{MN/m}^2}{16{,}62\ \text{MN/m}^2}$$

$$= 12{,}90\ \text{MN/m}^2 < 14{,}54\ \text{MN/m}^2$$

$$\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}} = \frac{0{,}60\ \text{MN/m}^2}{1{,}38\ \text{MN/m}^2} = \underline{\underline{0{,}43 < 1}}$$

Nachweise der Tragfähigkeit im Brandfall

Bemessungswerte der Einwirkungen

Außergewöhnliche Lastfallkombination:

$$N_{d,fi} = \gamma_{GA} \cdot F_{G,k} + \psi_2 \cdot F_{S,k} = 1{,}0 \cdot 28\ \text{kN} + 0 \cdot 44\ \text{kN} = 28\ \text{kN}$$

$$M_{y,d,fi} = \psi_1 \cdot M_{y,k} = 0{,}50 \cdot \frac{5{,}6\ \text{kN/m} \cdot (3{,}80\ \text{m})^2}{8} = 5{,}05\ \text{kNm}$$

Querschnittswerte

$$d(t_f) = \beta_N \cdot t_f = 0{,}8\ \text{mm/min} \cdot 30\ \text{min} = 24\ \text{mm}$$

$$b_r = 20\ \text{cm} - 2 \cdot 2{,}4\ \text{cm} = 15{,}2\ \text{cm}$$

$$d_r = 20\ \text{cm} - 2 \cdot 2{,}4\ \text{cm} = 15{,}2\ \text{cm}$$

$$U_r = 4 \cdot 15{,}2\ \text{cm} = 60{,}8\ \text{cm} = 60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

$$A_r = 15{,}2\ \text{cm} \cdot 15{,}2\ \text{cm} = 231\ \text{cm}^2 = 231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$W_{y,r} = W_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^2}{6} = \frac{15{,}2\ \text{cm} \cdot (15{,}2\ \text{cm})^2}{6} = 585\ \text{cm}^4$$

$$I_{y,r} = I_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^3}{12} = \frac{15{,}2\ \text{cm} \cdot (15{,}2\ \text{cm})^3}{12} = 4448\ \text{cm}^4$$

$$I_{t,r} = \alpha \cdot b_r^3 \cdot d_r = 0{,}14 \cdot (15{,}2\ \text{cm})^3 \cdot 15{,}2\ \text{cm} = 7473\ \text{cm}^4$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten

Da der Bemessungswert des ständigen Lastanteils 70 % des Bemessungswertes der Gesamtlast überschreitet, ist der Einfluss des Kriechens durch eine Abminderung der Steifigkeit zu berücksichtigen.

$$k_{mod,c,fi} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}789$$

$$k_{mod,m,fi} = 1 - \frac{1}{225} \cdot \frac{60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}883$$

$$k_{mod,E/G,fi} = 1 - \frac{1}{333} \cdot \frac{60{,}8 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 0{,}921$$

$$k_{fi} = 1{,}25$$

$$\gamma_{M,fi} = 1{,}0$$

$$f_{c,0,d,fi} = k_{mod,c,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}789 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{21{,}0\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 20{,}72\ \text{MN/m}^2$$

$$f_{m,y,d,fi} = k_{mod,m,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}883 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{24{,}0\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 26{,}49\ \text{MN/m}^2$$

$$E_{d,fi} = k_{mod,E,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{E_{0,05}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}921 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{7333\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 8442\ \text{MN/m}^2$$

$$G_{d,fi} = k_{mod,G,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{G_{05}}{\gamma_{M,fi}} = 0{,}921 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{2/3 \cdot 460\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} = 353\ \text{MN/m}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{28 \cdot 10^{-3}\ \text{MN}}{231 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 1{,}21\ \text{MN/m}^2$$

$$\sigma_{m,y,d,fi} = \frac{M_{y,d,fi}}{W_r} = \frac{5{,}05 \cdot 10^{-3}\ \text{MNm}}{585 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3} = 8{,}63\ \text{MN/m}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_{y,r} = \sqrt{\frac{I_{y,r}}{A_r}} = \sqrt{\frac{4448\ \text{cm}^4}{231\ \text{cm}^2}} = 4{,}39\ \text{cm}$$

$$\lambda_{y,r} = \frac{l_{ef,y}}{i_{y,r}} = \frac{380\ \text{cm}}{4{,}39\ \text{cm}} = 86{,}6$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d,fi}}{\left(\frac{E_{d,fi}}{1+k_{def}}\right)}} = \frac{86{,}6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{20{,}72\ \text{MN/m}^2}{\left(\frac{8442\ \text{MN/m}^2}{1{,}8}\right)}} = 1{,}832$$

$$k = 0{,}5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot \left(\lambda_{rel,c} - 0{,}3\right) + \lambda_{rel,c}{}^2\right) = 0{,}5 \cdot \left(1 + 0{,}2 \cdot \left(1{,}832 - 0{,}3\right) + 1{,}832^2\right) = 2{,}332$$

$$k_{c,fi} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}{}^2}} = \frac{1}{2{,}332 + \sqrt{2{,}332^2 - 1{,}832^2}} = 0{,}265$$

$$i_{m,r} = \frac{\sqrt{I_{z,r} \cdot I_{t,r}}}{W_{y,r}} = \frac{\sqrt{4448\ \text{cm}^4 \cdot 7473\ \text{cm}^4}}{585\ \text{cm}^3} = 9{,}86\ \text{cm}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{l_{ef}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,y,d,fi}}{\sqrt{E_{d,fi} \cdot G_{d,fi}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{380\ \text{cm}}{\pi \cdot 9{,}86\ \text{cm}}} \cdot \sqrt{\frac{26{,}49\ \text{MN/m}^2}{\sqrt{1{,}4 \cdot 8442\ \text{MN/m}^2 \cdot 353\ \text{MN/m}^2}}} = 0{,}40 < 0{,}75$$

$$k_{m,fi} = 1{,}0$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,y,d,fi}} = \frac{1{,}21\ \text{MN/m}^2}{0{,}265 \cdot 20{,}72\ \text{MN/m}^2} + \frac{8{,}63\ \text{MN/m}^2}{1{,}0 \cdot 26{,}49\ \text{MN/m}^2}$$

$$= 0{,}22 + 0{,}33 = \underline{\underline{0{,}55 < 1}}$$

Oder umgestellt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi}} + \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi}} \cdot \frac{f_{c,0,d,fi}}{f_{m,y,d,fi}} = \frac{1{,}21\ \text{MN/m}^2}{0{,}265} + \frac{8{,}63\ \text{MN/m}^2}{1{,}0} \cdot \frac{20{,}72\ \text{MN/m}^2}{26{,}49\ \text{MN/m}^2}$$

$$= 11{,}32\ \text{MN/m}^2 < 20{,}72\ \text{MN/m}^2$$

$$\frac{\alpha_Q \cdot b \cdot h}{1{,}5 \cdot b(t_f) \cdot h(t_f)} = \frac{0{,}43 \cdot 20\ \text{cm} \cdot 20\ \text{cm}}{1{,}5 \cdot 15{,}2\ \text{cm} \cdot 15{,}2\ \text{cm}} = \underline{\underline{0{,}50 < 1}}$$

Nachweise der Tragfähigkeit der Schwelle

Bemessungswerte der Einwirkungen

Maßgebende Lastfallkombination: ständige Last + Schnee

$$N_d = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1{,}35 \cdot 28\ \text{kN} + 1{,}50 \cdot 44\ \text{kN} = 103{,}8\ \text{kN}$$

Querschnittswerte

$$A_{ef} = 20\ \text{cm} \cdot (20\ \text{cm} + 2 \cdot 3\ \text{cm}) = 520\ \text{cm}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{ef}} = \frac{103{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{MN}}{520 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 2{,}00\ \text{MN/m}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0{,}9}{1{,}3} \cdot 2{,}5\ \text{MN/m}^2 = 1{,}73\ \text{MN/m}^2$$

Querdruckbeiwert

Annahme: Weitere Lasteinleitungen in ausreichendem Abstand.

$$k_{c,90} = 1{,}25$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2{,}00\ \text{MN/m}^2}{1{,}25 \cdot 1{,}73\ \text{MN/m}^2} = \underline{\underline{0{,}92 < 1}}$$

Nachweise der Gebrauchstauglichkeit

Anfangsverformung

$$w_{G,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0{,}0 \text{ cm}$$

$$w_{Q,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5{,}60 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3{,}80 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 13333 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 1{,}04 \text{ cm}$$

Endverformung

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 0{,}0 \cdot (1 + 0{,}8) = 0{,}0 \text{ cm}$$

seltene Lastkombination:

$$w_{Q,1,fin} = w_{Q,1,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def}) = 1{,}04 \text{ cm} \cdot (1 + 0 \cdot 0{,}8) = 1{,}04 \text{ cm}$$

quasi-ständige Lastkombination:

$$w_{Q,1,fin} = \psi_{2,1} \cdot w_{Q,1,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 0 \cdot 1{,}04 \text{ cm} \cdot (1 + 0{,}8) = 0 \text{ cm}$$

Nachweise

$$w_{Q,inst} = 1{,}04 \text{ cm} \le 1{,}27 \text{ cm} = l/300 \quad (1{,}04 \text{ cm}/1{,}27 \text{ cm} = 0{,}82)$$

$$W_{fin} - w_{G,inst} = 1{,}04 \text{ cm} \le 1{,}90 \text{ cm} = l/200 \quad (1{,}04 \text{ cm}/1{,}90 \text{ cm} = 0{,}55)$$

$$w_{fin} - w_0 = 0 \text{ cm} \le 1{,}90 \text{ cm} = l/200 \quad (0{,}0 \text{ cm}/1{,}90 \text{ cm} = 0{,}0)$$