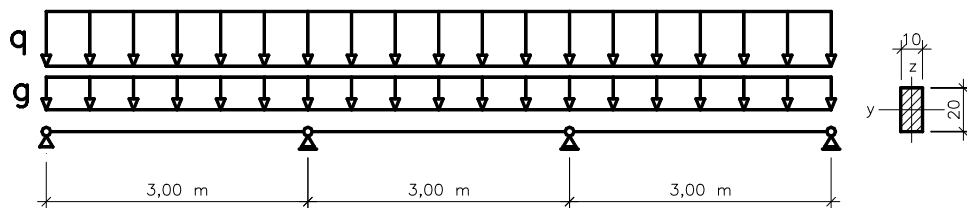


## HO7 – Beispiel 1: Durchlaufträger über drei Felder nach DIN 1052:2008

### System



Lasten:  $g_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$  (ständige Last)  
 $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$  (Nutzlast Kategorie D2)

Balkenabstand  $e = 0,80 \text{ m}$

Nutzungsstufe 2

Material C24

### Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

#### Bemessungswerte der Einwirkungen

$$g_d = \gamma_G \cdot g_k \cdot e = 1,35 \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} = 2,16 \text{ kN/m}$$

$$q_d = \gamma_Q \cdot q_k \cdot e = 1,50 \cdot 5,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} = 6,00 \text{ kN/m}$$

#### Bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Maximales Feldmoment Feld 1

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Feld1}} &= 0,080 \cdot g_d \cdot l^2 + 0,101 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= 0,080 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,101 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= 1,56 + 5,45 = 7,01 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Maximales Feldmoment Feld 2

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Feld2}} &= 0,025 \cdot g_d \cdot l^2 + 0,075 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= 0,025 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,075 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= 0,49 + 4,05 = 4,54 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Minimales Stützmoment

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Stütz}} &= -0,100 \cdot g_d \cdot l^2 - 0,117 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= -0,100 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 - 0,117 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= -1,94 - 6,32 = -8,26 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Nach DIN 1052, 8.1 (6) ist eine Umlagerung von maximal 10% zulässig:

$$\max |M_d| = 0,90 \cdot |M_{d,\text{Stütz}}| = 0,90 \cdot 8,26 \text{ kNm} = 7,44 \text{ kNm}$$

**Maximale Querkraft**

$$\begin{aligned}
 V_d &= -0,600 \cdot g_d \cdot l - 0,617 \cdot q_d \cdot l \\
 &= -0,600 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot 3,00 \text{ m} - 0,617 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot 3,00 \text{ m} \\
 &= -3,89 - 11,11 = -15,00 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Maßgebende Querkraft im Abstand h vom Auflager:

$$\begin{aligned}
 \max |V_d| &= |-15,00 \text{ kN} + (2,16 \text{ kN/m} + 6,00 \text{ kN/m}) \cdot 0,20 \text{ m}| \\
 &= |-15,00 \text{ kN} + 1,63 \text{ kN}| = 13,37 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

**Querschnittswerte**

$$\begin{aligned}
 A &= b \cdot d = 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2 \\
 W_y &= \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{10 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^2}{6} = 667 \text{ cm}^3 \\
 I_y &= \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{10 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^3}{12} = 6667 \text{ cm}^4 \\
 I_z &= \frac{b^3 \cdot d}{12} = \frac{(10 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm}}{12} = 1667 \text{ cm}^4 \\
 I_t &= \alpha \cdot b^3 \cdot d = 0,229 \cdot (10 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm} = 4580 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

**Bemessungswerte der Beanspruchungen**

$$\begin{aligned}
 \sigma_{m,d} &= \frac{\max M_d}{W_y} = \frac{7,44 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}}{667 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 11,15 \text{ MN/m}^2 \\
 \tau_d &= 1,5 \cdot \frac{\max V_d}{A} = 1,5 \cdot \frac{13,37 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,00 \text{ MN/m}^2
 \end{aligned}$$

**Bemessungswerte der Festigkeiten**

Nutzungsgruppe 2 und „mittlere“ Lasteinwirkungsdauer:  $k_{\text{mod}} = 0,8$

$$f_{m,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} = \frac{0,8}{1,3} \cdot 24 \text{ MN/m}^2 = 14,77 \text{ MN/m}^2$$

Bei Biegestäben aus Nadelholz dürfen die Bemessungswerte der Schubfestigkeit in Bereichen, die mindestens 1,50 m vom Hirnholzende des Holzes entfernt liegen, um 30 % erhöht werden (DIN 1052, 10.2.9 (4)):

$$f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot (1,3 \cdot f_{v,k}) = \frac{0,8}{1,3} \cdot (1,3 \cdot 2,0 \text{ MN/m}^2) = 1,60 \text{ MN/m}^2$$

**Beiwerte des Ersatzstabverfahren**

$$\begin{aligned}
 E_{0,05} &= 2/3 \cdot E_{0,\text{mean}} = 2/3 \cdot 11000 \text{ MN/m}^2 = 7333 \text{ MN/m}^2 \\
 G_{05} &= 2/3 \cdot G_{\text{mean}} = 2/3 \cdot 690 \text{ MN/m}^2 = 460 \text{ MN/m}^2
 \end{aligned}$$

$$i_m = \frac{\sqrt{I_z \cdot I_t}}{W_y} = \frac{\sqrt{1667 \text{ cm}^4 \cdot 4580 \text{ cm}^4}}{667 \text{ cm}^3} = 4,14 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{I_{\text{ef}}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sqrt{E_{0,05} \cdot G_{05}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{300 \text{ cm}}{\pi \cdot 4,14 \text{ cm}}} \cdot \sqrt{\frac{24,0 \text{ MN/m}^2}{\sqrt{1,4 \cdot 7333 \text{ MN/m}^2 \cdot 460 \text{ MN/m}^2}}} = 0,50 < 0,75$$

$$k_m = 1,0$$

### Nachweise

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_m \cdot f_{m,d}} = \frac{11,15 \text{ MN/m}^2}{1,0 \cdot 14,77 \text{ MN/m}^2} = \underline{\underline{0,75 < 1}}$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,00 \text{ MN/m}^2}{1,60 \text{ MN/m}^2} = \underline{\underline{0,63 < 1}}$$

### Nachweise der Gebrauchstauglichkeit

#### Anfangsverformung

$$w_{G,\text{inst}} = 0,688 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{g_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,688 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 6667 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 0,12 \text{ cm}$$

$$w_{Q,\text{inst}} = 0,992 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,992 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{4,00 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 6667 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 0,44 \text{ cm}$$

#### Endverformung

$$w_{G,\text{fin}} = w_{G,\text{inst}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) = 0,12 \cdot (1 + 0,8) = 0,22 \text{ cm}$$

Seltene Einwirkungskombination:

$$w_{Q,1,\text{fin}} = w_{Q,1,\text{inst}} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{\text{def}}) = 0,44 \text{ cm} \cdot (1 + 0,6 \cdot 0,8) = 0,65 \text{ cm}$$

Quasi-ständige Einwirkungskombination:

$$w_{Q,1,\text{fin}} = \psi_{2,1} \cdot w_{Q,1,\text{inst}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) = 0,6 \cdot 0,44 \text{ cm} \cdot (1 + 0,8) = 0,47 \text{ cm}$$

#### Nachweise

Seltene Einwirkungskombination:

$$w_{Q,\text{inst}} = 0,44 \text{ cm} \leq 1,00 \text{ cm} = l/300$$

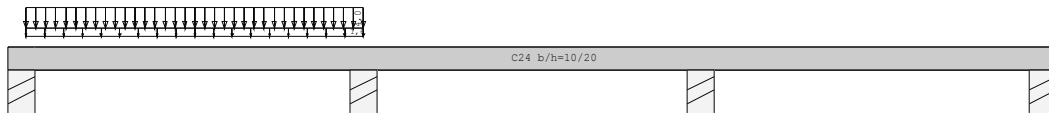
$$w_{\text{fin}} - w_{G,\text{inst}} = (0,22 \text{ cm} + 0,65 \text{ cm}) - 0,12 \text{ cm} = 0,75 \text{ cm} \leq 1,50 \text{ cm} = l/200$$

Quasi-ständige Einwirkungskombination:

$$w_{\text{fin}} - w_0 = (0,22 \text{ cm} + 0,47 \text{ cm}) - 0 \text{ cm} = 0,69 \text{ cm} \leq 1,50 \text{ cm} = l/200$$

### Schwingungsnachweis nach DIN 1052, 9.3

Die Verformung für den vereinfachten Schwingungsnachweis wird nach DIN 1052, 9.3 (2) an einem ideellen Einfeldträger mit einer elastischen Einspannung ermittelt. Der Einspanngrad resultiert aus den Feldlängen der Nachbarfelder.



### Anfangsverformung

Sowohl HO7 als auch DLT rechnen intern die Durchbiegung des maßgebenden Feldes indem alle anderen Felder unbelastet sind.

Durchbiegung am Einfeldträger

$$w_{G,inst}^{EFT} = \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 6667 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 0,23 \text{ cm}$$

$$w_{Q,inst}^{EFT} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{4,00 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 6667 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 0,58 \text{ cm}$$

Durchbiegung im Endfeld eines Dreifeldträgers

$$w_{G,inst}^{DFT} = 0,68 \cdot w_{G,inst}^{EFT} = 0,68 \cdot 0,23 \text{ cm} = 0,16 \text{ cm}$$

$$w_{Q,inst}^{DFT} = 0,68 \cdot w_{Q,inst}^{EFT} = 0,68 \cdot 0,58 \text{ cm} = 0,39 \text{ cm}$$

Durchbiegung aus DLT-Ersatzsystem

Feld Nr.	x (m)	wg		wq			wfin		ψ	komb
		inst	fin	inst	rare	perm	rare	perm		
1	1.50	<b>0.16</b>	0.28	0.39	0.58	0.42	<b>0.86</b>	0.70	0.47	D 2
2	1.20	-0.06	-0.11	-0.15	-0.22	-0.16	-0.32	<b>-0.27</b>	0.18	D 2
3	1.20	<b>0.02</b>	0.03	0.05	0.07	0.05	<b>0.10</b>	0.08	0.06	D 2

### Nachweis

$$W_{G,inst} + \psi_2 \cdot W_{Q,inst} = 0,16 \text{ cm} + 0,6 \cdot 0,39 \text{ cm} = 0,39 \text{ cm} \leq 0,6 \text{ cm}$$