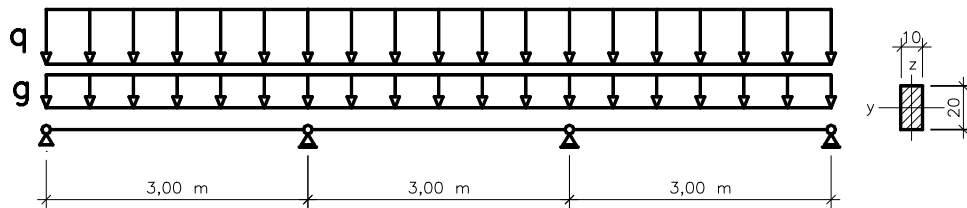


HO7 – Beispiel 1: Durchlaufträger über drei Felder nach DIN EN 1995:2013

System



Lasten: $g_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$ (ständige Last)
 $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$ (Nutzlast Kategorie D2)

Balkenabstand $e = 0,80 \text{ m}$

Nutzungsstufe 2

Material C24

Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

Bemessungswerte der Einwirkungen

Nach EN 1990, Anhang A1 sollten für Bauteile, welche keine geotechnischen Einwirkungen enthalten, folgende Teilsicherheitsbeiwerte verwendet werden:

$$\gamma_{Gj,\text{sup}} = 1,35 \quad \text{bei ungünstiger Wirkung}$$

$$\gamma_{Gj,\text{inf}} = 1,00 \quad \text{bei günstiger Wirkung}$$

$$\gamma_Q = 1,50 \quad \text{bei ungünstiger Wirkung (0,0 bei günstiger Wirkung)}$$

Daraus ergeben sich folgende Bemessungswerte

$$g_{d,\text{sup}} = \gamma_G \cdot g_k \cdot e = 1,35 \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} = 2,16 \text{ kN/m} \quad (\text{ungünstig})$$

$$g_{d,\text{inf}} = \gamma_G \cdot g_k \cdot e = 1,00 \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} = 1,60 \text{ kN/m} \quad (\text{günstig})$$

$$q_d = \gamma_Q \cdot q_k \cdot e = 1,50 \cdot 5,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} = 6,00 \text{ kN/m}$$

Bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Durch feldweise Überlagerung des Eigengewichts mit der Nutzlast und variieren des Teilsicherheitsbeiwertes γ_G wird die ungünstigste Laststellung ermittelt:

Maximales Feldmoment Feld 1

Ungünstigste Laststellung, wenn G_k in Feld 1 und Feld 3 ungünstig wirkt (in Feld 2 günstig) und Q_k in Feld 1 und Feld 3 wirkt.

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Feld1}} &= 0,080 \cdot g_{d,\text{inf}} \cdot l^2 - 0,101 \cdot g_{d,\text{inf}} \cdot l^2 + 0,101 \cdot g_{d,\text{sup}} \cdot l^2 + 0,101 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= 0,080 \cdot 1,6 \cdot (3,00 \text{ m})^2 - 0,101 \cdot 1,6 \cdot (3,00 \text{ m})^2 + \\ &\quad + 0,101 \cdot 2,16 \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,101 \cdot 6,00 \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= 1,15 - 1,45 + 1,96 + 5,45 = 7,12 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Maximales Feldmoment Feld 2

Ungünstigste Laststellung, wenn G_k nur in Feld 2 ungünstig wirkt (in Feld 1 und Feld 3 günstig) und Q_k nur in Feld 2 wirkt.

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Feld2}} &= -0,05 \cdot g_{d,\text{inf}} \cdot l^2 + 0,075 \cdot g_{d,\text{sup}} \cdot l^2 + 0,075 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= -0,05 \cdot 1,6 \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,075 \cdot 2,16 \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,075 \cdot 6,00 \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= -0,72 + 1,46 + 4,05 = 4,79 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Minimales Stützmoment

Ungünstigste Laststellung, wenn G_k in Feld 1 und Feld 2 ungünstig wirkt und in Feld 3 günstig. Q_k wirkt nur in den Feldern 1 und 2.

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Stütz}} &= -0,117 \cdot g_{d,\text{sup}} \cdot l^2 + 0,017 \cdot g_{d,\text{inf}} \cdot l^2 - 0,117 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= -0,117 \cdot 2,16 \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,017 \cdot 1,6 \cdot (3,00 \text{ m})^2 - 0,117 \cdot 6,00 \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= -2,27 + 0,25 - 6,31 = \underline{\underline{-8,33 \text{ kNm}}} \end{aligned}$$

Extremwert der Querkraft

$$\begin{aligned} V_d &= -0,600 \cdot g_d \cdot l - 0,617 \cdot q_d \cdot l \\ &= -0,600 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot 3,00 \text{ m} - 0,617 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot 3,00 \text{ m} \\ &= -3,89 - 11,11 = -15,00 \text{ kN} \end{aligned}$$

Maßgebende Querkraft im Abstand h vom Auflager:

$$\begin{aligned} \max |V_d| &= |-15,00 \text{ kN} + (2,16 \text{ kN/m} + 6,00 \text{ kN/m}) \cdot 0,20 \text{ m}| \\ &= |-15,00 \text{ kN} + 1,63 \text{ kN}| = \underline{\underline{13,37 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot d = 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2$$

$$W_y = \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{10 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^2}{6} = 667 \text{ cm}^3$$

$$I_y = \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{10 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^3}{12} = 6667 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{b^3 \cdot d}{12} = \frac{(10 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm}}{12} = 1667 \text{ cm}^4$$

$$I_t = \alpha \cdot b^3 \cdot d = 0,229 \cdot (10 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm} = 4580 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{m,d} = \frac{\max M_d}{W_y} = \frac{8,33 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{667 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 12,49 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_d = 1,5 \cdot \frac{\max V_d}{A} = 1,5 \cdot \frac{13,37 \cdot 10^3 \text{ N}}{200 \cdot 10^2 \text{ mm}^2} = 1,00 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsgruppe 2 und „mittlere“ Lasteinwirkungsdauer: $k_{mod} = 0,8$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} = \frac{0,8}{1,3} \cdot 24 \text{ N/mm}^2 = 14,77 \text{ N/mm}^2$$

NDP Zu 6.1.7(2): „...Bei Stäben aus Nadelholz dürfen die Werte für k_{cr} in Bereichen die mindestens 1,50 m vom Hirnholzende des Holzes entfernt liegen, um 30 % erhöht werden. Der k_{cr} – Faktor berücksichtigt den Unterschied der Tragfähigkeit der Bauteile nach längerer Standdauer zu Bauteilen bei Auslieferung, z.B. infolge Rissbildung...“

$$k_{cr, \text{Nadelholz}} = \frac{2,0}{f_{v,k}} = \frac{2,0}{4,0} = 0,5$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot (1,3 \cdot k_{cr} \cdot f_{v,k}) = \frac{0,8}{1,3} \cdot (1,3 \cdot 0,5 \cdot 4,0 \text{ N/mm}^2) = 1,60 \text{ N/mm}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$E_{0,05} = 7400 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow \text{EN 338}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{rel,m} &= \sqrt{\frac{l_{ef} \cdot h}{b^2}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{0,78 \cdot E_{0,05}}} \\ &= \sqrt{\frac{3000 \text{ mm} \cdot 200 \text{ mm}}{(100 \text{ mm})^2}} \cdot \sqrt{\frac{24,0 \text{ N/mm}^2}{0,78 \cdot 7400 \text{ N/mm}^2}} = 0,50 < 0,75 \end{aligned}$$

$$k_{crit} = 1,0$$

Nachweise

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = \frac{12,49 \text{ N/mm}^2}{1,0 \cdot 14,77 \text{ N/mm}^2} = \underline{\underline{0,85 < 1}}$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,00 \text{ N/mm}^2}{1,60 \text{ N/mm}^2} = \underline{\underline{0,63 < 1}}$$

Nachweise der Gebrauchstauglichkeit

Anfangsverformung

$$w_{G,inst} = 0,688 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{g_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,688 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1,60 \text{ N/mm} \cdot (3000 \text{ mm})^4}{11000 \text{ N/mm}^2 \cdot 6667 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 1,2 \text{ mm}$$

$$w_{Q,inst} = 0,992 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,992 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{4,00 \text{ N/mm} \cdot (3000 \text{ mm})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 6667 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = 4,4 \text{ mm}$$

$$w_{inst} = w_{G,inst} + w_{Q,inst} = 1,2 \text{ mm} + 4,4 \text{ mm} = 5,6 \text{ mm}$$

Endverformung

$$\begin{aligned} w_{net,fin} &= (w_{G,inst} + \psi_{2,1} \cdot w_{Q,1,inst}) \cdot (1 + k_{def}) - w_c \\ &= (1,2 \text{ mm} + 0,6 \cdot 4,4 \text{ mm}) \cdot (1 + 0,8) - 0 \text{ mm} = 6,9 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 1,2 \text{ mm} \cdot (1 + 0,8) = 2,2 \text{ mm}$$

$$w_{Q,1,fin} = w_{Q,1,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def}) = 4,4 \text{ mm} \cdot (1 + 0,6 \cdot 0,8) = 6,5 \text{ mm}$$

$$w_{fin} = w_{G,fin} + w_{Q,1,fin} = 2,2 \text{ mm} + 6,5 \text{ mm} = 8,7 \text{ mm}$$

Nachweise

Charakteristische Einwirkungskombination

$$w_{inst} = 5,6 \text{ mm} \leq 10 \text{ mm} = l / 300$$

Quasi-ständige Einwirkungskombination

$$w_{net,fin} = 6,9 \text{ mm} \leq 10 \text{ mm} = l / 300$$

Charakteristische + quasi-ständige Einwirkungskombination

$$w_{fin} = 8,7 \text{ mm} \leq 15 \text{ mm} = l / 200$$