

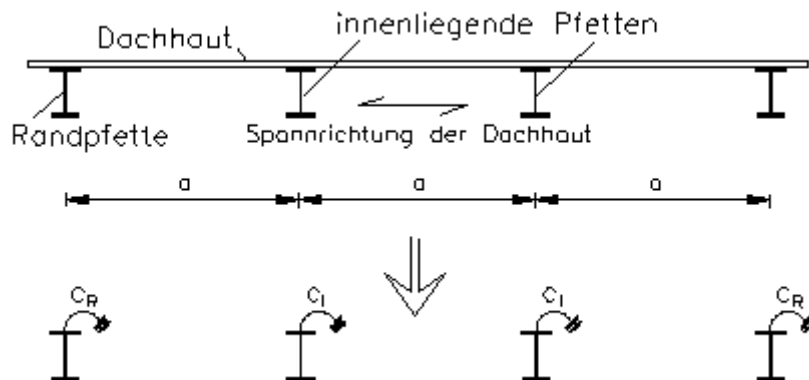
Anwendungshinweise zu BTII+

Inhaltsverzeichnis

Pfetten mit drehelastischer Stützung durch die Dachhaut	2
Binder mit drehelastischer Stützung durch Pfetten	2
Binder mit elastischer Translationsstützung am Obergurt durch Pfetten	2
Binder mit elastischer Torsionsstützung durch Stütze	3
Träger mit elastischer Wölbstützung	3
Träger mit Schubfeldstützung	5
Biegedrillknicken mit gebundener Drehachse	5
Torsion bei Vollquerschnitten	6
Spannungen aus örtlicher Trägerbeanspruchung	6
Biegeknicken von Rahmensystemen	7
Literatur	9

Zum [Handbuch BTII+](#)

Pfetten mit drehelastischer Stützung durch die Dachhaut



ED: Elastizitätsmodul der Dachhaut

ID: Trägheitsmoment der Dachhaut je Längeneinheit

Die Übertragung des Momentes zwischen Pfette und Dachhaut durch Kontakt oder unter Beanspruchung der Verbindungsmittel ist nachzuweisen. Siehe dazu Vogel/Heil [13].

Wird das zu übertragende Moment größer als das Kontaktmoment (= das durch Auswandern des Lastangriffspunktes bis zur Flanschseite entstehende Moment), ist zusätzlich die Nachgiebigkeit der Verbindung Pfette - Trapezblech (meist selbstschneidende Schrauben) zu berücksichtigen. Siehe dazu Lindner [5].

Binder mit drehelastischer Stützung durch Pfetten

Die Federsteifigkeiten sind analog zum oben beschriebenen Fall zu ermitteln. Auch hier ist zwischen Randbindern und Mittelbindern (= innenliegende Binder) zu unterscheiden.

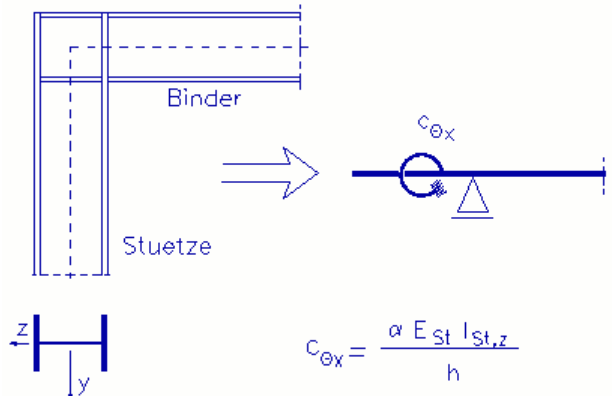
Binder mit elastischer Translationsstützung am Obergurt durch Pfetten

Die Steifigkeit der horizontalen Ersatzfeder ergibt sich aus der Nachgiebigkeit des horizontalen Dachverbandes in den Randfeldern. Gegebenenfalls ist dabei auch der Schlupf in den Verbindungsmitteln zu berücksichtigen.

Hinweise zur Berechnung von Ersatzsteifigkeiten verschiedener Fachwerksformen finden sich z.B. in Rubin/Vogel [12].

Binder mit elastischer Torsionsstützung durch Stütze

- E_{St} Elastizitätsmodul der Stütze
 $I_{St,z}$ Trägheitsmoment der Stütze um die z-Achse
 h Höhe des Stützenprofils
 α Einspannwert in Abhängigkeit von der Lagerung des Stützenfußes um die schwache Achse.
 $\alpha = 4$: eingespannt;
 $\alpha = 3$: gelenkig gelagert.



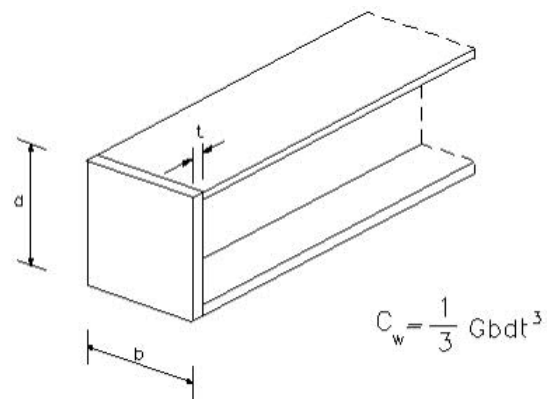
Diese Stützwirkung ist i.d.R. gering!

Träger mit elastischer Wölbstützung

Die Behinderung der freien Verwölbung erhöht die Torsionssteifigkeit eines Trägers mit offenem dünnwandigen Querschnitt. Es folgen an dieser Stelle Angaben zur Berechnung von diskreten Wölbfedern C_w für 3 häufig vorkommende Fälle von Wölbbehinderung.

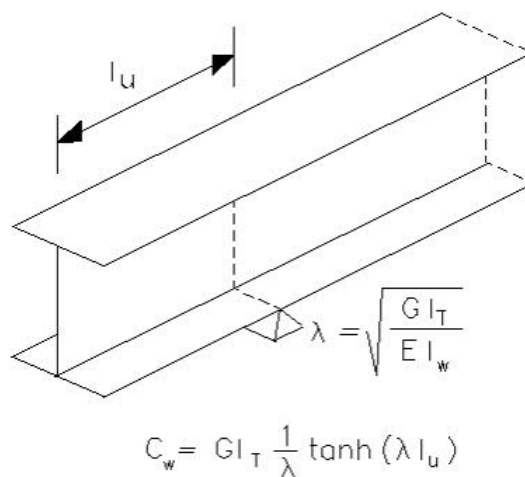
a) Kopfplatte

- G Schubmodul des Materials der Kopfplatte



b) Überstand (kann direkt modelliert werden!)

- I_T St.Venantsches Torsionsträgheitsmoment
 I_ω Wölbträgheitsmoment
 l_u Überstand
 E Elastizitätsmodul
 G Schubmodul



c) Stützenanschluss

- h Trägerhöhe (Schwerpunktabstand Flansche)
 I_T St.Venantesches Torsionsträgheitsmoment Stütze

offene Profile

$$I_T = \sum \left(\frac{1}{3} \cdot s_i \cdot t_i^3 \right)$$

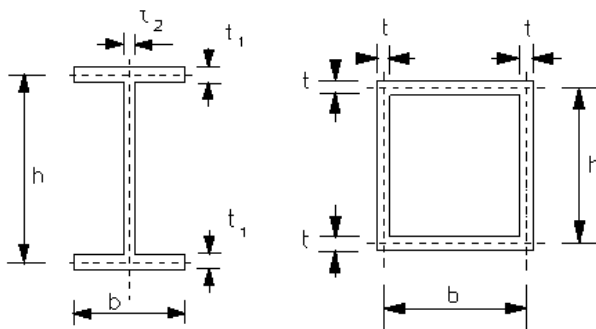
geschlossene Profile

$$I_T = 4 \cdot \frac{A_m^2}{\sum \frac{s_i}{t_i}}$$

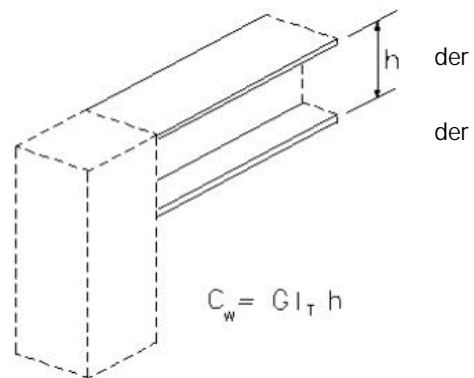
Dabei sind

- s_i Länge des i-ten Rechteckes
 t_i Breite des i-ten Rechteckes
 A_m Fläche des durch die Profilmittellinie eingeschlossenen Querschnittes

Beispiele



$$I_T = \frac{1}{3} (2bt_1^3 + ht_2^3) \quad I_T = 4b^2 h^2 t / (2(b+h))$$



Träger mit Schubfeldstützung

Pfetten unter Dachscheiben sind in Obergurthöhe durch die Schubfeldsteifigkeit starr bzw. elastisch gegen seitliches Verschieben gestützt. *BTII+* sieht derzeit keine Möglichkeit vor, die Schubfeldwirkung exakt zu erfassen.

Eine näherungsweise Berücksichtigung ergibt sich durch 'Umrechnen' der Schubfeldsteifigkeit S^* in eine äquivalente, am Obergurt angreifende elastische Bettung mit der Steifigkeit \bar{c}_y

Diese erhält man durch Gleichsetzen der virtuellen Arbeiten einer elastischen Bettung mit jener des Schubfeldes.

$$\int S^* v_o' \delta v_o' dx = \int \bar{c}_y v_o \delta v_o dx$$

Bei Ansatz einer sinusförmigen Horizontalverschiebung des Obergurtes mit n Halbwellen über die Trägerlänge

$$v_o = \bar{v}_o \sin \frac{n \pi x}{l}$$

folgt daraus

$$\bar{c}_y = S^* \left(\frac{n \pi}{l} \right)^2$$

Die Berechnung der elastischen Bettung \bar{c}_y ist zunächst mit $n = 1$ durchzuführen und anschließend anhand der sich dabei einstellenden Verschiebung des Obergurtes zu verifizieren, bzw. mit $n > 1$ zu wiederholen.

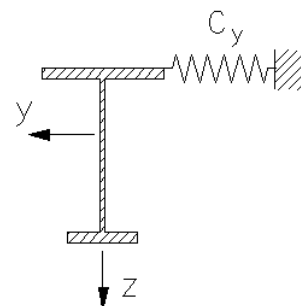
In vielen praktischen Fällen ist diese Näherung ausreichend.

Biegedrillknicken mit gebundener Drehachse

Das in der Praxis häufig auftretende Problem des Biegedrillknickens mit gebundener Drehachse im Abstand z_0 vom Schwerpunkt kann in einfacher Weise wie folgt erfasst werden:

Im Abstand z_0 vom Schwerpunkt wird eine elastische Translationsbettung in y -Richtung mit der *Steifigkeit* $10E+8$ bis $10E+10$ angesetzt. Die demzufolge bezüglich Schwerpunkt und Schubmittelpunkt sich einstellenden Verschiebungen und Verdrehungen führen zur Verschiebung Null in der vorgegebenen Zwangsdrehachse.

Auch exzentrische, diskrete Federn können dazu verwendet werden, seitliche Verschiebungen in y - oder z -Richtung in beliebigen Querschnittspunkten zu behindern. Zu diesem Zweck sind große, jedoch *nicht beliebig große Federsteifigkeiten* vorzugeben. Grundsätzlich sollten *Steifigkeiten* $< 10E+16$ sein. Um die numerische Stabilität der Berechnung nicht zu gefährden, sollten diskrete Steifigkeiten zur Behinderung einer Verschiebung nur so groß gewählt werden wie unbedingt erforderlich. Dies kann durch Überprüfung der kinematischen Zwangsbedingung im Querschnitt verifiziert werden.



Torsion bei Vollquerschnitten

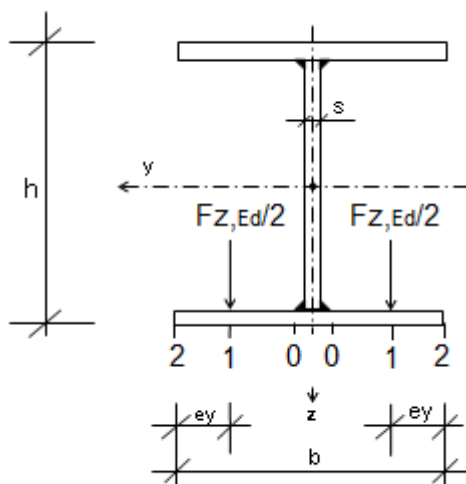
Die Berechnung von Trägern mit Vollquerschnitten - wie z.B. von verleimten Brettschichtträgern und Spannbettbindern - erfordert im Hinblick auf die Lastabtragung von Torsionsbeanspruchungen besondere Aufmerksamkeit.

Bei den im Stahlbau gebräuchlichen offenen, dünnwandigen Querschnitten erfolgt die Torsionslastabtragung über St.Venantsche Torsion und Wölbkrafttorsion (Behinderung der Querschnittsverwölbung), wobei die Verteilung im Wesentlichen von der Trägerlänge sowie der Art der Belastung abhängt.

Bei Vollquerschnitten im Stahlbetonbau und im Holzbau ist hingegen der über Wölbkrafttorsion abgetragene Lastanteil i.d.R. so gering, dass er auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt werden kann. Im Programm *BTII+* kann diesem Umstand Rechnung getragen werden, indem das Wölbträgheitsmoment der Querschnitte bei der Dateneingabe zu Null angegeben wird. In diesem Fall ergeben sich die Wölbmomente bei der Ermittlung der Stabendschnittgrößen zu Null.

Spannungen aus örtlicher Trägerbeanspruchung

Bei Flanschbiegebeanspruchung aus dem Betrieb von Unterflanschkränen oder Kränen mit Unterflanschlaufkatzen sind die nach der Balkenbiegetheorie ermittelten globalen Spannungen mit den lokalen Biegespannungen zu überlagern. In *BTII+* geschieht dies mit Hilfe der Berechnungshinweise aus [1].



Die Überlagerung globaler und lokaler Spannungen erfolgt ausschließlich an den Knotenpunkten, an denen die Einzellasten an den Flanschen angreifen. Sie wird dort für jede Flanschseite sowie für Flanschober- und Flanschunterkante am Übergang Steg/Flansch (Punkte 3/4), am Lastangriffspunkt (Punkte 2/5) sowie am Flanschrand (Punkte 1/6) ausgewertet.

Bei Profilen mit geneigten Flanschen (Profiltyp 5) wird die veränderliche Flanschdicke berücksichtigt. Nach [1] dürfen lokale Spannungen in Trägerlängsrichtung σ_x vor der Überlagerung mit den Balkennormalspannungen um 75% abgemindert werden. Vergleichsspannungen in den angegebenen Punkten nach der von-Mises-Fließbedingung werden mit und ohne Berücksichtigung der Schubspannungen aus dem St.Venantschen Torsionsmomentenanteil berechnet.

Biegeknicken von Rahmensystemen

Problemstellung

Der Ersatzstabnachweis nach DIN EN 1993-1-1 ist eine alternative Nachweismethode zur Berechnung eines Tragsystems nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz von Vorverformungen. Dieser vereinfachte Nachweis beruht auf ideellen Verzweigungslasten, die in BTII+ am geraden Trägersystem ermittelt werden. Die Ermittlung der ideellen Verzweigungslastfaktoren erfolgt getrennt für die Versagensfälle Biegeknicken und Biegedrillknicken.

Für Träger- und Stützensysteme, die i.d.R. den Eulerfällen entsprechen, hat sich diese Herangehensweise bewährt. Bei Rahmensystemen wird demgegenüber oft auf die Berechnung nach Theorie II. Ordnung zurückgegriffen. Damit ist i.d.R. zwar Biegeknicken in Rahmenebene abgedeckt, der Versagensfall Biegedrillknicken muss jedoch noch separat untersucht werden. Hierzu wird dann auch auf den vereinfachten Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren zurückgegriffen.

Ersatzstab für Biegedrillknickuntersuchungen

Beim Nachweis eines Stabes aus verschieblichen oder unverschieblichen Rahmensystemen nach dem Ersatzstabverfahren wird dieser aus dem Gesamtsystem herausgeschnitten. Wird der Versagensfall Biegedrillknicken untersucht, wird als System ein gabelgelagerter Einfeldträger angenommen, an dem die Stabendmomente aus der zugrunde liegenden Rahmenrechnung, ggf. nach Theorie II. Ordnung, entsprechend dem Schnittgrößenverlauf angesetzt werden. Die Feldmomente dürfen dann nach Theorie I. Ordnung berechnet werden. Für das so entstandene statische System wird der Lastverzweigungsfaktor numerisch ermittelt und man erhält daraus den Grundwert M_{cr} , der Ausgangsgröße für den Ersatzstabnachweis ist.

Ersatzstab für Biegeknickuntersuchungen

Der Nachweis auf Biegeknicken ist i.d.R. bei Rahmensystem durch die Berechnung der Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung abgedeckt. Der vereinfachte Nachweis nach dem Ersatzstabverfahren gestaltet sich hier wesentlich schwieriger, da das statische System des Ersatzstabes über die Lagerbedingungen so angepasst werden muss, dass die Knicklänge dem des Gesamtsystems entspricht. Diese Tatsache erfordert die Berechnung entsprechender Federsteifigkeiten. An einem derart modifizierten System kann dann der Ersatzstabnachweis für Biegeknicken geführt werden.

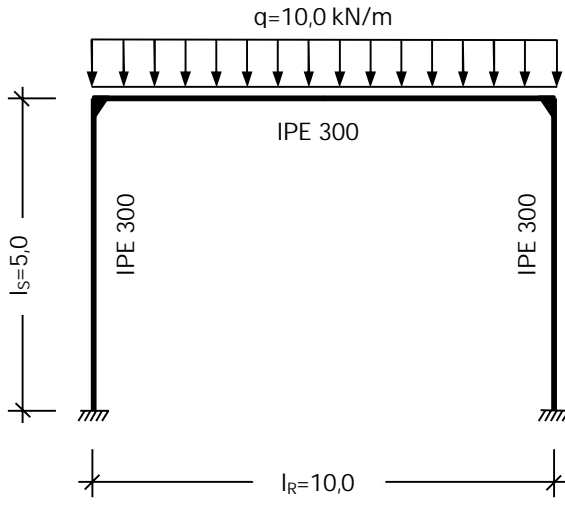
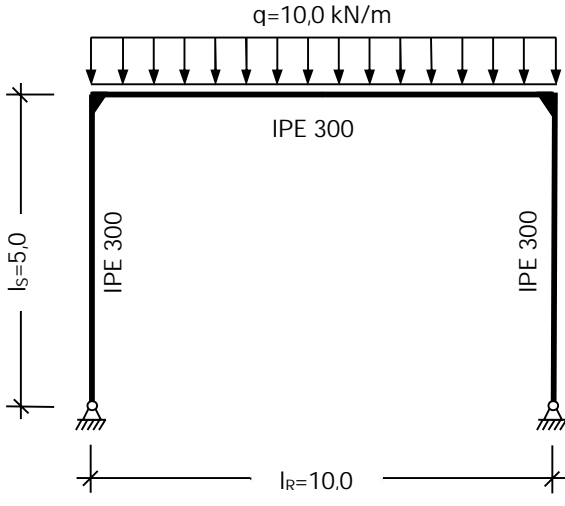
Die Schwierigkeit besteht insbesondere in der Ermittlung entsprechender Dreh- und Translationsfedern. Hier muss auf entsprechende Fachliteratur zurückgegriffen werden. Der damit zu betreibende Aufwand sollte stets ins Verhältnis zu einer Berechnung des Rahmensystems nach Theorie II. Ordnung gesetzt werden.

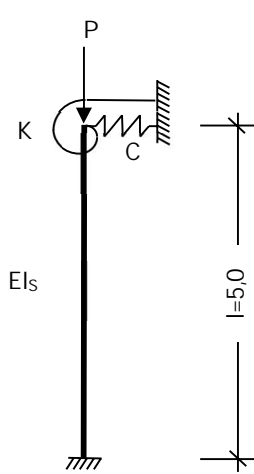
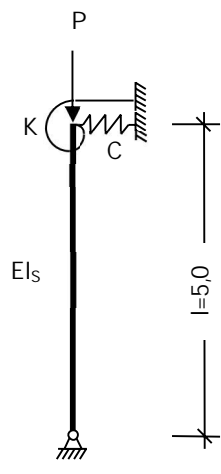
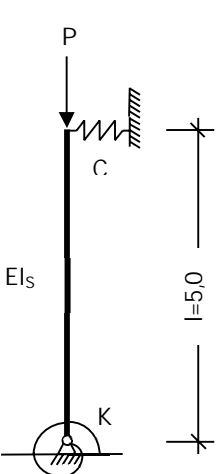
In den folgenden Beispielen sollen jeweils die Rahmenstützen auf Biegeknicken untersucht werden. Es wird gezeigt, wie die Drehfederkonstante zu berechnen ist und welches statische System in BTII+ einzugeben ist.

Beispiel: gelenkig gelagerter und eingespannter Rahmen

Aus Petersen: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, 2. Auflage, 1982, Vieweg-Verlag, Seite 340, Tafel 5.3.

Im vorliegenden Beispiel soll die Rahmenstütze auf Biegeknicken untersucht werden.

	
$C = 0 (\delta = 0)$ einstöckige verschiebbliche Rahmen mit eingespannter Lagerung der Stützenfüße	$C = 0 (\delta = 0)$ einstöckige verschiebbliche Rahmen mit gelenkiger Lagerung der Stützenfüße

		
Parameter $\delta = \frac{Cl^3}{EI_s} ; \gamma = \frac{K \cdot l_s}{EI_s}$	Knicklänge $s_K = \beta \cdot l_s$	
Formeln $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{6} \cdot \frac{EI_s}{EI_R} \cdot \frac{l_R}{l_s}$ $\frac{EI_s}{K \cdot l_s} = \frac{1}{6} \cdot \frac{EI_s}{EI_R} \cdot \frac{l_R}{l_s}$ $\frac{K \cdot l_s}{EI_s} = \frac{6 \cdot EI_R}{EI_s} \cdot \frac{l_s}{l_R}$ $Kl_s = \frac{6 \cdot EI_R}{l_R}$		
Drehfederkonstante $K = \frac{6 \cdot 21000 \cdot 8360}{1000} = \frac{3 \cdot 21000 \cdot 8360}{500} = 10533 \text{KNm/rad}$		

Literatur

- [1] Fédération Européenne de la Manutention, section XI: "Serienhebezeuge, Örtliche Trägerbeanspruchungen". FEM 9.341, <dtsh.>, 10.1983.
- [2] W.F. Chen, T. Atsuta: *Theory of Beam-Columns. Vol. 2: Space Behaviour and Design*, McGraw-Hill, New York 1976.
- [3] R. Kindmann: *Traglastermittlung ebener Stabwerke mit räumlicher Beanspruchung*, Mitteilung Nr. 81-3, Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr Universität Bochum 1981.
- [4] J. Lindner: *Der Einfluß von Eigenspannungen auf die Traglast von I-Trägern*. Habilitationsschrift. Technische Universität Berlin 1972. Kurzfassung in: *Der Stahlbau* 43 (1974), S. 39 - 45 und 86 - 91.
- [5] J. Lindner: *Berichte aus Forschung und Entwicklung, DAST 15* (1986) und: *Stabilisierung von Biegeträgern durch Drehbettung - eine Klarstellung*, *Stahlbau* 12 (1987), S. 365 - 373.
- [6] J. Lindner, J. Scheer, H. Schmidt (Hrsg.): *Stahlbauten. Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis Teil 4 (Beuth Kommentare)*. Beuth, Berlin, Köln; Ernst & Sohn, Berlin 1993.
- [7] P. Osterrieder: *Traglastberechnung von räumlichen Stabtragwerken bei großen Verformungen mit finiten Elementen*. Dissertation. Universität Stuttgart 1983.
- [8] Chr. Petersen: *Statik und Stabilität der Baukonstruktionen*, Vieweg & Sohn, Braunschweig 1981.
- [9] G. Powell, R. Klingner: *Elastic Lateral Buckling of Steel Beams*, in: *Proceedings ASCE: J. of Structural Division* 96 (1970) pp. 1919 - 1932.
- [10] S. Rajasekaran: *Finite Element Analysis of Thin - Walled Members of Open Cross Sections. (Structural Engineering Report No. 34)*. Department of Civil Engineering, University of Alberta. Edmonton, Canada, Sept. 1971.
- [11] K. Roik, J. Carl, J. Lindner: *Biegetorsionsprobleme gerader dünnwandiger Stäbe*. Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf 1972.
- [12] H. Rubin, U. Vogel: *Baustatik ebener Stabwerke*, in: *Stahlbau Handbuch Band 1*. Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln 1982.
- [13] U. Vogel, W. Heil: *Traglast-Tabellen*. Herausgegeben von der Beratungsstelle für Stahlverwendung, Stahleisen GmbH, Düsseldorf 1981.